

*Université Ferhat ABBAS Sétif1, Sétif, Algérie*  
*Faculté de Technologie*  
*Département Enseignement de base en Technologie & Electronique*

**Module** : Electronique Fondamentale1

**Niveau** : 2<sup>ème</sup> Année LMD

**Matière : Electronique Fondamentale1**

**EF1**

**Auteur** : *Dr Benbahouche Lynda*

**E-mail** : *lybenbah@yahoo.fr*

2017

## AVANT PROPOS

Le module ‘**Electronique Fondamental 1**’ est destiné à faire connaître à l’apprenant des concepts de développement de l’électronique, dans une perspective d’Electronique industrielle. Pour ces raisons et par le biais de ce module, nous allons rendre service à l’apprenant ou le futur ingénieur d’avoir une solide formation en Electronique générale grâce à un certain nombre de lois et des théorèmes fondamentaux de l’Electronique, s’il veut assimiler et comprendre ultérieurement une technologie qui évolue et se complique chaque jour.

▪ **Public cible :**

Ce cours s'adresse à l'ensemble des étudiants de **2<sup>ème</sup> année LMD**  
Option: **Electronique, Electrotechnique et Automatisme.**

▪ **Pré requis :**

Pour bien suivre du module: ‘**Electronique Fondamentale1**’ avec succès, l’apprenant ou l’étudiant doit avoir acquis certaines connaissances sur les dipôles électriques relatives aux réseaux électriques :

- ❑ Lois d’associations pour les dipôles,
- ❑ Lois d’Ohm généralisée: Lois de Kirchhoff
  - Lois des nœuds,
  - Lois de mailles,

▪ **Objectifs pédagogiques :**

- ✓ **Objectif principal :** À l’issu de ce Module, l’apprenant sera en mesure :  
De comprendre les méthodes d’analyse et les théorèmes généraux relatifs aux réseaux électriques.
- ✓ **Objectifs spécifiques :**  
À l’issu de ce module, l’apprenant sera en mesure :
  - ❑ D’appliquer les méthodes d’analyse et les théorèmes généraux relatifs aux réseaux électriques en régime continu;
  - ❑ De représenter le quadripôle passif en exprimant ses grandeurs caractérisant son comportement dans un montage.
  - ❑ Découvrir les notions élémentaires sur la physique des semi-conducteurs en illustrant la constitution et le fonctionnement d’une diode (circuits à diodes).
  - ❑ De comprendre les caractéristiques statiques et dynamiques du transistor bipolaire et son domaine d’utilisation.
  - ❑ De connaître les principales caractéristiques d’un Amplificateur Opérationnel AOP et ses notions de fonctionnement en Boucle Ouverte, Contre Réaction, Boucle Fermée.

## Sommaire

### Chapitre I: Réseaux Electriques et Théorèmes Fondamentaux

- I.1. Définition d'un réseau
- I.2. Générateurs : de tension et de courant
  - I.2.1. Sources idéales
  - I.2.2. Sources réelles
  - I.2.3. Sources liées ou dépendantes
  - I.2.4. Equivalence de générateurs
- I.3. Lois des réseaux
  - I.3.1. Lois d'Ohms généralisée
  - I.3.2. Lois de Kirchhoff
- I.4. Méthodes d'analyse des réseaux électriques
  - I.4.1. Méthode généralisée
  - I.4.2. Méthodes des mailles indépendantes
  - I.4.3. Méthodes d'analyse nodale
- I.5. Théorèmes fondamentaux
  - I.5.1. Théorème de superposition
  - I.5.2. Théorèmes de Thévenin
  - I.5.3. Théorèmes Norton
    - I.5.3.1. Équivalence Thévenin- Norton
    - I.5.3.2. Équivalence Norton -Thévenin
  - I.5.4. Théorèmes Millman
  - I.5.5. Théorème de Kennelly

### Chapitre II :Quadripôles passifs

- II.1. Définitions
- II.2. Différents types de Quadripôles passifs
- II.3. Paramètres d'un quadripôle
  - II.3.1. Paramètres impédances [Z]
  - II.3.2. Paramètres admittance [Y]
  - II.3.3. Paramètres hybrides [h]
  - II.3.4. Paramètres hybrides inverses [g]
  - II.3.5. Paramètres de chaine matrice de transfert direct
  - II.3.6. Paramètres de chaine inverse
- II.4. Passage d'un formalisme à un autre
- II.5. Exemple de quadripôles
  - II.5.1. Quadripôle série
  - II.5.2. Quadripôle Parallèle
  - II.5.3. Filtre ou Quadripôle en L du premier type
  - II.5.4. Filtre ou Quadripôle en L du deuxième type
  - II.5.5. Filtre ou Quadripôle en T
  - II.5.6. Filtre ou Quadripôle en  $\pi$
  - II.5.7. Equivalence entre le filtre en  $\pi$  et le filtre en T
- II.6. Association de quadripôles
  - II.6.1. Association série /Série

- II.6.2. Association parallèle/parallèle
- II.6.3. Association série- parallèle :
- II.6.4. Association parallèle - série:
- II.6.5. Association en chaine (cascade):
- II.7. Analyse des quadripôles : grandeurs fondamentales des quadripôles
  - II.7.1. Impédance d'entrée
  - II.7.2. Impédance de sortie
  - II.7.3. Gain en tension
  - II.7.4. Gain en courant
  - II.7.5. Gain composite
  - II.7.6. Impédance itérative
  - II.7.7. Impédance image
- II.8. Application au filtrage
  - II.8.1. Différents types de filtres
- II.9. Application aux circuits à couplage magnétique
  - II.9.1. Auto-induction
  - II.9.2. Inductance mutuelle
  - II.9.3. Polarités des tensions mutuelles
  - II.9.4. Coefficient de couplage
- II.10. Exemple d'application : Transformateurs

### **Chapitre III : Jonction PN et Diodes**

- III.1. Rappels élémentaire sur la physique des semi-conducteurs
- III.2. Jonction PN non polarisée
- III.3. Polarisation d'une diode :
- III.4. Modèles simples d'une diode :
- III.5. Modèles en régime statique et dynamique
  - III.5.1. Modèles pour les signaux faibles (basses fréquences)
  - III.5.2. Circuits redresseurs à diodes
- III.6. Diodes pour applications spéciales
  - III.6.1. Diode Zéner
  - III.6.2. Autres diodes
- III.7. Autres applications pour les diodes
  - III.7.1. Filtrage
  - III.7.2. Écrêtage

### **Chapitre IV: Transistors Bipolaires**

- IV.1. Définition et historique
  - IV.1.1. Constitution d'un Transistor bipolaire:
  - IV.1.2. Symboles, tensions et courants
- IV.2. Fonctionnement d'un Transistor bipolaire
- IV.3. Réseaux de caractéristiques
  - IV.3.1. Caractéristique de transfert en courant  $I_C=f(I_B)$
  - IV.3.2. Caractéristique d'entrée  $I_B=f(V_{BE})$
  - IV.3.3. Caractéristique de sortie  $I_C=f(V_{CE})$
  - IV.3.4. Équations et Caractéristiques du transistor bipolaire

- IV.4. Régimes de fonctionnement d'un Transistor bipolaire
  - IV.4.1. Régime de fonctionnement d'un Transistor bipolaire en statique
    - a) Régime de fonctionnement dans la zone de blocage
    - b) Régime de fonctionnement dans la zone de saturation
    - c) Régime de fonctionnement dans la zone linéaire
    - d) Régime de fonctionnement en commutation
  - IV.4.2. Régime de fonctionnement en régime dynamique
- IV.5. Domaines de fonctionnement d'un Transistor Bipolaire
- IV.6. Polarisation du Transistor bipolaire
  - IV.6.1. Polarisation par résistance de base
  - IV.6.2. Polarisation par résistance d'Émetteur
  - IV.6.3. Polarisation par résistance de collecteur
  - IV.6.4. Polarisation par pont de base et résistance d'émetteur
- IV.7. Trois montages fondamentaux :
  - IV.7.1. Montage Collecteur Commun non découplé
  - IV.7.2. Montage Base Commune
  - IV.7.3. Montage Emetteur Commun non découplé
  - IV.7.4. Propriétés des montages fondamentaux
- IV.8. Association des montages
  - IV.8.1. Montage Darlington
  - IV.8.2. Montage Push-Pull
  - IV.8.3. Montage Amplificateur à deux étages

## **Chapitre V: Amplificateur opérationnel**

- V.1. Définitions
- V.2. Principe et mode de fonctionnement d'un Amplificateur opérationnel
- V.3. Caractéristiques d'un Amplificateur opérationnel
- IV.4. Principe de la contre-réaction
- V.5. Montages de base de l'amplificateur opérationnel en régime linéaire
  - V.5.1. Montage suiveur
  - V.5.2. Montage non inverseur
  - V.5.3. Montage inverseur
  - V.5.4. Montage amplificateur soustracteur
  - V.5.5. Montage sommateur inverseur
- V.6. Autres montages
  - V.6.1. Montage intégrateur
  - V.6.2. Montage dérivateur
- V.7. Etude des caractéristiques d'un AOP
  - V.7.1. Gain de mode commun
  - V.7.2. Impédance différentiel d'entrée d'un AOP
  - V.7.3. Impédance de sortie d'un AOP

## **REFERENCES**

- [1] F. Milsant, cours d'électronique. Tomes 1,2,3 . Eyrolles.
- [2] M. Bornand, exercices avec solutions Electronique, Tome1, Tome2, VUIBERT,1982.
- [3] Boittiaux B., Cours d'électronique, Lavoisier, 1995
- [4] Dziadowiec A., Lescure M., Fonctions à amplificateurs opérationnels, Eyrolles, 1996.
- [5] S. M. Sze, "Semi-conductor devices: physics and technology" 2<sup>em</sup> Edition Wiley 2002.
- [6] P. Massons, « Composants électroniques », Dunod , Edition, 2008-2009.
- [7] Prof. Freddy Mudry 'Unité EAN Electronique analogique, Des composants vers les systèmes, Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud, 2011.
- [8] Thomas.L. Floyd , Electronique, Composants, et Systèmes d'application "Dunod, 2000.
- [9] A.Zegadi, cours Electronique, département d'Electronique 2009.
- [10] A.P. Malvino, Principes d'électronique", Dunod

## I.1. Définition d'un réseau

Un **réseau électrique** est une association d'éléments simples connectés entre eux par des conducteurs supposés parfaits.

- **Réseau actif:** s'il contient une ou des sources d'énergie (générateurs ou récepteurs (batterie d'accumulateurs, machine à courant continu...)).
- **Réseau passif:** s'il ne contient pas de source interne,
  - ❑ Dans le cas linéaire, une impédance est apte à représenter sa caractéristique courant-tension.
  - ❑ On définit aussi son admittance comme l'inverse de l'impédance:
    - $Z$ : impédance du dipôle ( $\Omega$ ), relation courant tension:  $U=Z I$ .
    - $Y$ : admittance du dipôle ( $\Omega^{-1}$ ):  $Y=(Z)^{-1}$  relation I-V:  $I= Y U$

Un réseau est constitué de **b branches** connectés par **n nœuds** et formant **m mailles**.

- ❑ *Un nœud est une connexion qui relie au moins trois fils conducteurs.*
- ❑ *Une branche est une portion de circuit comprise entre deux nœuds consécutifs.*
- ❑ *Une maille est un chemin ou une boucle fermée dans un circuit électrique délimitée par des branches du réseau électrique.*

**Exemple :**

- Les nœuds sont : A, B, C et D.
- Les branches sont: AC, AD, CB, .....
- Les mailles sont ACDA, CBDC, AFDA,.....

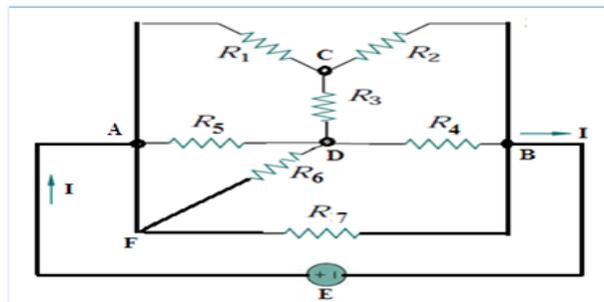


Figure. I.1. Exemple d'un réseau électrique.

## I.2. Générateurs : Sources de tension et de courant :

C'est le cas des générateurs ou « **dipôles actifs** » qui fournissent de l'énergie électrique. Ils existent des sources de courant et les sources de tension.

### I.2.1. Sources idéales :

Une source de tension idéale est un **dipôle générateur** délivrant une tension indépendante du courant qu'il débite. Elle délivre donc une tension indépendante de la charge placée à ses bornes : c'est une **f.e.m pure**.

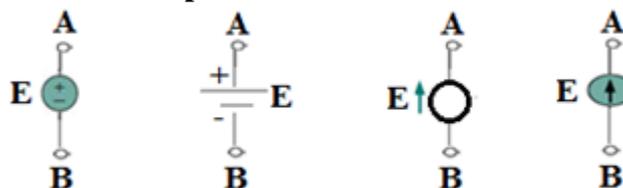


Figure. I.2. Représentation d'une source de tension

Une source de courant idéale est un **dipôle générateur** délivrant un courant constant quelque soit la tension à ses bornes, et donc indépendant de la charge placée à ses bornes.

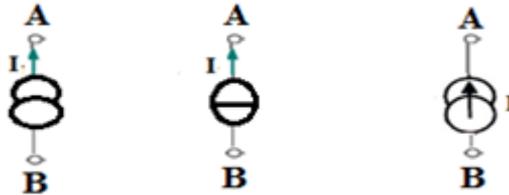


Figure. I.3. Représentation d'une source de courant

**I.2.2. Sources réelles :**

En pratique, **les tensions réelles** se rapprochent plus au moins des sources idéales. Une source de tension réelle diffère d'une source idéale par la présence d'une résistance interne placée en série, cette résistance est d'habitude faible.

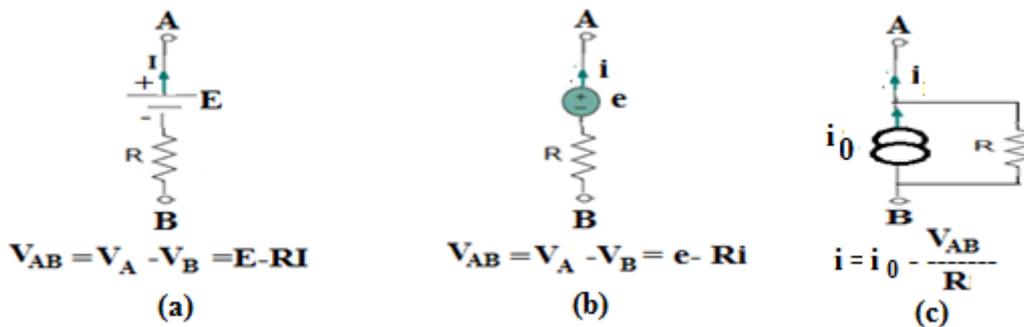


Figure. I.4. Représentation d'une source réelle :  
 (a) : régime continu (b), (c) : régime variable

En pratique, dans le cas des **sources de courant réelles** (voir Figure. I.4.c), la résistance interne est placée en parallèle, sa valeur est d'habitude très élevée.

**I.2.3. Sources liées ou dépendantes :**

Une source est dite liée ou dépendante si la grandeur qui la caractérise (tension ou courant) est **proportionnelle à un courant 'i' ou à une tension 'v'** apparaissant quelque part dans le circuit électrique qu'elle alimente.

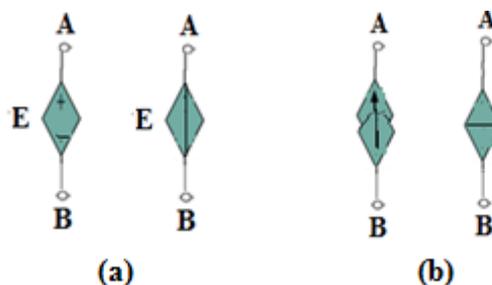


Figure. I.5. Représentation d'une source liée ou dépendante :  
 (a) : source de tension (b) : source de courant

### I.2.4. Equivalence de générateurs :

Les générateurs  $(E, r)$  et  $(\eta, R)$  sont équivalents s'ils délivrent la même tension  $V$  en débitant le même courant  $I$  dans une charge extérieure  $R_L$ .

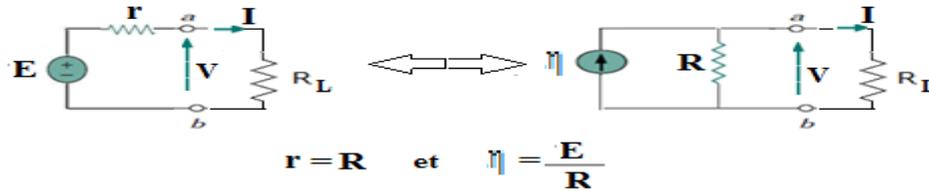
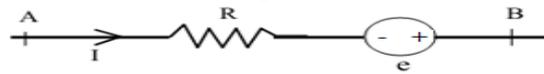


Figure. I.6. Equivalence de générateurs

## I.3. Lois des réseaux :

### I.3.1. Lois d'Ohms généralisée:

Considérons une branche AB d'un circuit électrique fermé, parcouru par un courant  $I$ , de résistance  $R$  et ayant une Fem. La loi d'Ohm généralisée s'écrit:



$$V_A - V_B = RI - e \quad (\text{I-1})$$

### Remarques :

- Cette expression n'est valable que lorsque le courant s'écoule de **A** vers **B**.
- On peut réinterpréter la résistance **R** comme étant la résistance totale de la branche **AB** (fil, résistance et résistance interne du générateur) et **e** comme la **fem** totale (somme algébrique de toutes les **fem**).
- L'**effet Joule** fait chuter le potentiel tandis que le générateur ( $e > 0$ ) remonte le potentiel.
- Si  $e < 0$ , cela signifie que le dipôle associé fait chuter le potentiel. On appelle alors **e** la **force contre-électromotrice (f.c.e.m)**. Elle peut être due soit à un moteur (récepteur pur) soit à un générateur dont la polarité est opposée à celle du générateur principal responsable du courant circulant entre A et B.

### I.3.2. Lois de Kirchhoff:

#### a. Conservation du courant (loi des nœuds):

Soit un nœud quelconque du circuit sur lequel arrive un certain nombre de fils. Sur chacun de ces fils, circule un courant. En régime permanent, la conservation de la charge électrique se traduit par la conservation du courant : en aucun point du circuit il ne peut y avoir accumulation (ou perte) de charges. Cela signifie donc que l'ensemble des courants entrants compense exactement les courants sortants :

$$\sum I_{entrants} = \sum I_{sortants} \quad (\text{I-2})$$

### Exemple d'application 1: loi des nœuds

Ceci constitue la loi des nœuds ou l'équation des nœuds.

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5 \quad (\text{I-3})$$

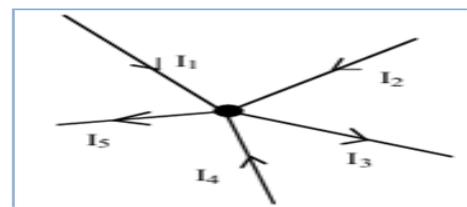


Figure. I.7. Exemple d'application : loi des nœuds [1].

**b. Conservation de l'énergie (loi des mailles):**

Soit une maille d'un circuit constituée de n branches. L'équation aux branches pour la k-<sup>ème</sup> branches s'écrit :

$$U_k = R_k I_k - e_k \quad (\text{I-4})$$

où  $R_k$  : la résistance totale dans cette branche;

$I_k$  : le courant circulant dans cette branche.

$e_k$  : la f.e.m contenue dans cette branche.

La conservation de l'énergie pour cette maille s'exprime par le fait que, partant du nœud 1 et revenant à un nœud, on retrouve le même potentiel c'est-à-dire :

$$V_1 - V_1 = V_1 - V_2 + \dots V_n - V_1 = U_1 + \dots + U_n = 0 \quad (\text{I-5})$$

La loi des mailles (ou équation de maille) s'exprime tout simplement par :

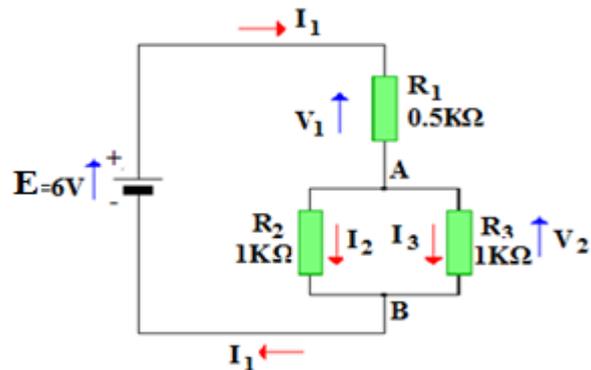
$$\sum_{k=1}^n (R_k I_k - e_k) = 0 \quad (\text{I-6})$$

La somme algébrique des tensions sur une maille est nulle. Une maille est constituée par un circuit fermé réel ou virtuel.

**Exemple d'application2: Exemple d'application : lois des Kirchhoff**

Soit le circuit ci-contre.

- 1) Calculer les courants  $I_1, I_2$  et  $I_3$ .
- 2) Calculer les tensions  $V_1$ , et  $V_2$ .



**Solution :**

La résistance équivalente:  $R_{AB} = \frac{R_2 * R_3}{(R_2 + R_3)} = 0.5K\Omega$

La résistance totale :  $R_{Tot} = R_1 + R_{AB} = 1K\Omega$

Noeud A :  $I_1 = I_2 + I_3$

Loi de la grande maille :  $I_1 = \frac{E}{R_{Tot}} = \frac{6}{1K} = 6mA$

La tension  $V_2$ :  $V_2 = E \frac{R_{AB}}{(R_1 + R_{AB})} = 3V$

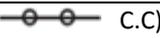
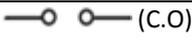
La tension  $V_1$ :  $V_1 = E \frac{R_1}{(R_1 + R_{AB})} = E - V_2 = 3V$

Le courant  $I_2$  :  $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 3mA$

Le courant  $I_3$  :  $I_3 = \frac{V_2}{R_3} = 3mA$

**Remarques :**

Les **dipôles passifs** les plus utilisés dans les réseaux électriques et en particulier dans le module « **Electronique Fondamentale1** » à savoir les **capacités et les inductances** peuvent être remplacées par **des circuits ouverts ou fermés** selon le régime électrique utilisé ou (selon la valeur asymptotique recherchée) voir le tableau ci –dessous.[7]

$u(t)$			$U(j\omega)$
$t \rightarrow 0_+$	 C.C)	 (C.O)	$\omega \rightarrow \infty$
$t \rightarrow \infty$	 (C.O)	 (C.C)	$\omega \rightarrow 0$

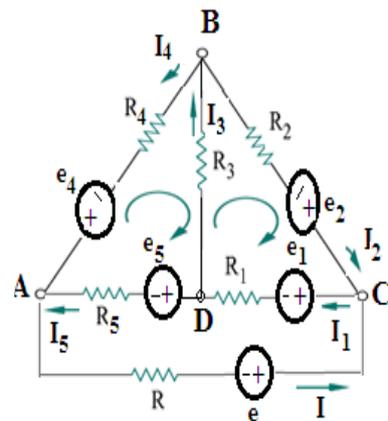
**I.4. Méthodes d'analyse des circuits**

**I.4.1. Méthode généralisée: Les étapes à suivre sont :**

- ✓ Fixer les courants dans toutes les branches arbitrairement;
- ✓ Choisir un sens de parcours constant;
- ✓ Appliquer la 1<sup>ère</sup> loi de Kirchhoff à tous les nœuds: au moins (n-1) équations;
- ✓ Appliquer la 2<sup>ème</sup> loi de Kirchhoff à toutes les mailles distinctes (c à d que chaque maille doit contenir au moins une branche qui n'est pas utilisée par les autres mailles).

**Exemple d'Application 1 :** Soit le réseau suivant:

- ✓ Nombre des branches=6 ;
- ✓ Nombre des nœuds=4,
- ✓ Nombre des mailles=3,
- ✓ Au nœud A:  $+I_4 + I_5 - I = 0$ ,
- ✓ La maille: ABDA:  $-e_4 + R_4 I_4 + R_3 I_3 - e_5 - R_5 I_5 = 0$ ,
- ✓ Au nœud B:  $-I_2 + I_3 - I_4 = 0$ ,
- ✓ La maille: BCDB:  $+e_2 + R_2 I_2 + R_1 I_1 - e_1 + R_3 I_3 = 0$ ,
- ✓ Au nœud C:  $-I_1 + I_2 - I = 0$ ,
- ✓ La maille: ADCA:  $+e_5 - R_5 I_5 - R_1 I_1 + e_1 - e - RI = 0$



**I.4.2. Méthode des mailles indépendantes:**

Les étapes à suivre sont :

- ✓ Décomposer le réseau en mailles indépendantes (leurs nombres  $m=b-n+1$ )
- ✓ Affecter des courants de maille (fictif) et leurs attribuer un sens arbitraire;
- ✓ Appliquer la 2<sup>ème</sup> loi de Kirchhoff à toutes les mailles indépendantes pour la détermination des  $I_k$ .
- ✓ Dédire les courants de branches  $I_{kl} = I_k - I_l$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \Sigma [e_k] \quad \text{Matrice des résistances (3x3)} \quad [E] = [R][I]$$

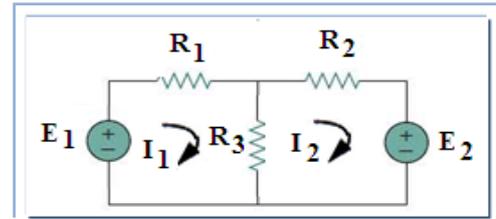
$$\begin{bmatrix} R_3 + R_4 + R_5 & -R_3 & -R_5 \\ -R_3 & R_1 + R_3 & -R_1 \\ -R_5 & -R_1 & R + R_5 + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_5 - e_4 \\ e_1 + e_2 \\ -e - e_1 + e_5 \end{bmatrix}$$

**Conclusion :**

- Les éléments diagonaux = la résistance totale de la maille k ;
- Les éléments non diagonaux sont les résistances de la branche commune aux mailles k et l.
- Le vecteur  $[E] = e_k = \sum[e_k]$  de chaque maille.

**Exemple d'application1 :**

Calculer les courants qui circulent dans chaque branche du circuit suivant en utilisant la méthode des mailles indépendantes.



**Solution :**

$n = 2$  et  $b = 3 \Rightarrow m = b - (n - 1) = 2$  équations relatives aux mailles

Maille 1 :  $E_1 = R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2)$

Maille 2:  $-E_2 = R_2 I_2 + R_3 (I_2 - I_1)$

On peut les mettre sous forme d'une matrice :

$$\begin{cases} E_1 = (R_1 + R_3)I_1 - R_3 I_2 \\ -E_2 = -R_3 I_1 + (R_3 + R_2)I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} (R_1 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_2 + R_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_2 \end{bmatrix}$$

D'où :  $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$  et  $I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$

Avec  $\Delta = \begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_2 + R_3) \end{vmatrix} = (R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2$

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & -R_3 \\ -E_2 & (R_2 + R_3) \end{vmatrix} = E_1(R_2 + R_3) - E_2 R_3$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & E_1 \\ -R_3 & -E_2 \end{vmatrix} = -E_2(R_1 + R_3) + E_1 R_3$

Cas général :

Pour un circuit à n mailles indépendantes :

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & & -R_{13} & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & & -R_{23} & -R_{2n} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & & -R_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -R_{n1} & -R_{n2} & -R_{n3} & & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}$$

Où

$R_{11}$ : Somme de toutes les résistances dans la **maille 1**

$R_{22}$ : Somme de toutes les résistances dans la **maille 2**

$R_{12}$ : Somme de toutes les résistances communes aux **mailles 1 et 2**

$R_{23}$ : Somme de toutes les résistances communes aux **mailles 2 et 3**

$R_{12} = R_{21}$ ,  $R_{31}$  ... sont les résistances mutuelles dans la matrice,

Le signe (-) indique une résistance mutuelle, les courants sont de sens opposé.

$E_1$  : Somme de toutes les fem dans la maille 2

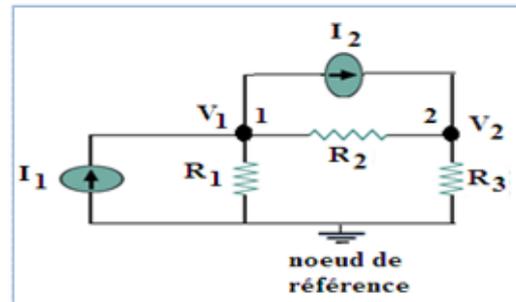
### I.4.3. Méthode des nœuds (Analyse nodale):

Les étapes à suivre sont :

- ✓ Déterminer les potentiels  $V_i$  des nœuds ;
- ✓ Le potentiel d'un nœud est mesuré par rapport à un nœud dit 'nœud de référence' et pris comme origine des potentiels.
- ✓ Appliquer la 1<sup>ère</sup> loi de Kirchhoff à tous les nœuds pour la détermination des  $V_i$ .

#### Exemple d'application1:

les tensions  $V_1$  et  $V_2$  en utilisant la méthode de l'analyse nodale.



#### Solution :

$$\text{Noeud1: } I_1 = I_2 + \frac{V_1 - 0}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$\text{Noeud2: } I_2 = \frac{V_2 - 0}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

$$\text{Donc } \begin{cases} I_1 - I_2 = V_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_2}{R_2} \\ I_2 = -\frac{1}{R_2} V_1 + \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$D'où : V_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{\Delta V_2}{\Delta}$$

$$\text{Avec } \Delta = \begin{vmatrix} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \end{vmatrix}$$

$$\Delta V_1 = \begin{vmatrix} I_1 - I_2 & -\frac{1}{R_2} \\ I_2 & \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \end{vmatrix}, \quad \Delta V_2 = \begin{vmatrix} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) & I_1 - I_2 \\ -\frac{1}{R_2} & I_2 \end{vmatrix}$$

Cas général :

On prend un nœud de référence et les autres restants forment la matrice nodale suivante :

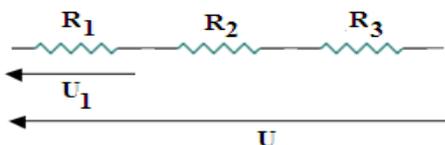
$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & -G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} & -G_{2n} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} & -G_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -G_{n1} & -G_{n2} & -G_{n3} & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

Où

- $G_{11}$ : Somme des conductances relatives au **noeud 1**
- $G_{22}$ : Somme des conductances relatives au **noeud 2**
- $G_{12} = G_{21}$ : Somme des conductances reliant directement les noeuds **1 et 2**
- $G_{23} = G_{32}$ : Somme des conductances reliant directement les noeuds **2 et 3**
- $I_1$ : Somme des courants convergents au **noeud 1**
- $I_2$ : Somme des courants convergents au **noeud 2**
- $V_1$ : Tension au **noeud 1**
- $V_2$ : Tension au **noeud 2, etc ...**

**I.4.4. Diviseur de tension:**

Une tension U aux bornes des résistances placées en série se partage aux bornes de chacune de ces résistances proportionnellement à la valeur de chaque résistance.



$$U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = U \frac{R_1}{\sum_i R_i}$$

**NB :**

Le pont diviseur de tension ne s'applique que pour les résistances (dipôles) en série.

**Exemple d'application : Diviseur de tension à deux sources**

Le problème de la partie du circuit suivant consiste à trouver la tension en P par rapport à la masse commune pour le circuit de la Fig.a.

La méthode consiste à calculer la tension produite au point P par chaque source, séparément, puis à superposer ces tensions.

- Pour trouver l'influence de  $V_1$ , il faut d'abord court-circuiter  $V_2$  (voir Fig.b). Par conséquent  $R_1$  et  $R_2$  constituent un diviseur de tension en série aux bornes de la source  $V_1$ .

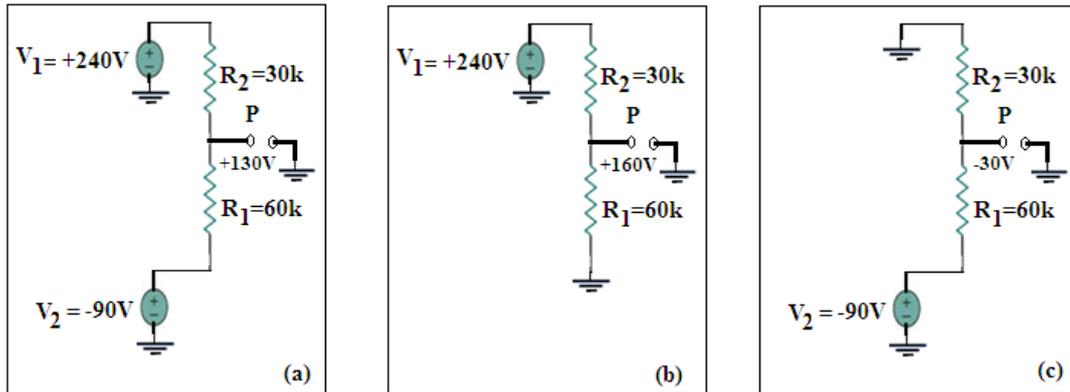


Figure. I.8. Exemple d'application: Diviseur de tension avec deux sources[1,3].

$$V_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_1 = 160V$$

- On cherche ensuite l'effet de  $V_2$  seule, lorsque  $V_1$  est court-circuitée (Fig.c).

$$V_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_2 = -30V$$

- Finalement, la tension totale au point P est :

$$V_p = V_{R1} + V_{R2} = 130V$$

**I.4.5. Diviseur de Courant:**

Un courant  $i$  traversant des résistances placées en parallèle se partage dans chacune de ces résistances inversement proportionnellement à la valeur de chaque résistance.

$$I_1 = I \frac{\frac{1}{R_1}}{\sum_i \frac{1}{R_i}} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} I \tag{I-7}$$

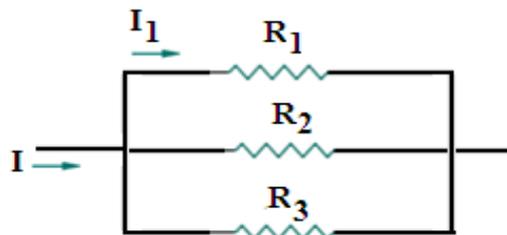


Figure. I.9. Exemple d'application: Diviseur de courant.

## I.5. Théorèmes fondamentaux

### I.5.1. Théorème de superposition [2,3]:

Ce théorème est utile car il étend la loi d'Ohm aux circuits qui ont plus d'une source. Il s'annonce ainsi dans un réseau comprenant deux sources ou plus, le courant et la tension relatifs à un composant quelconque est la somme algébrique des effets produits par chaque source agissant séparément.

Pour utiliser une source à la fois, ou « arrête » momentanément toutes les autres sources. Ceci signifie la neutralisation de la source pour qu'elle ne puisse plus produire ni tension ni courant sans modifier la résistance du circuit. On neutralise une source de tension (une pile) en supposant qu'il y'a un court-circuit entre ses deux bornes.

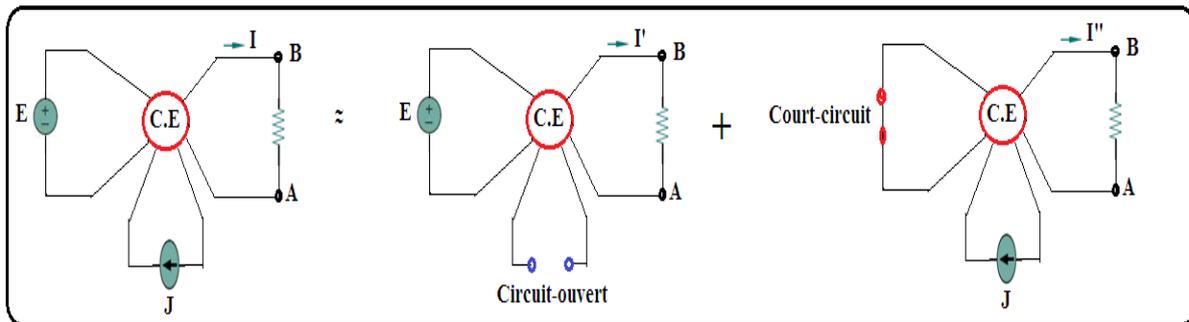
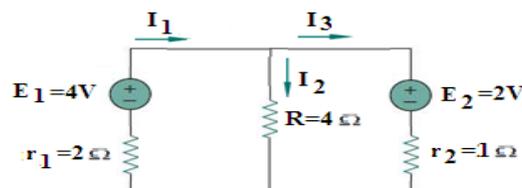


Figure. I.10. Principe général du théorème de superposition.

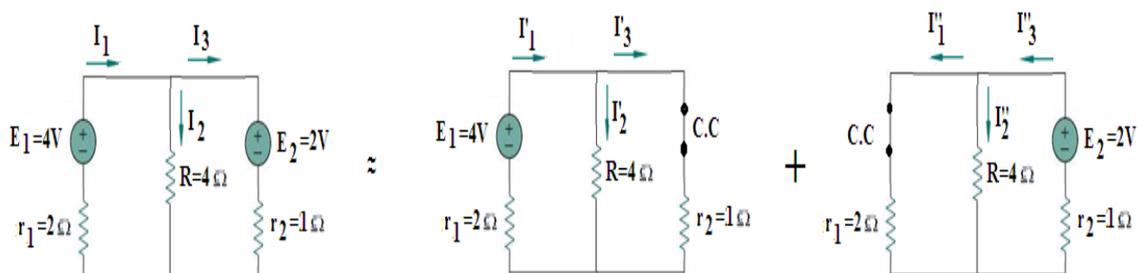
$$I = I_{J=0} + I_{E=0} = I' + I'' \quad (\text{I-8})$$

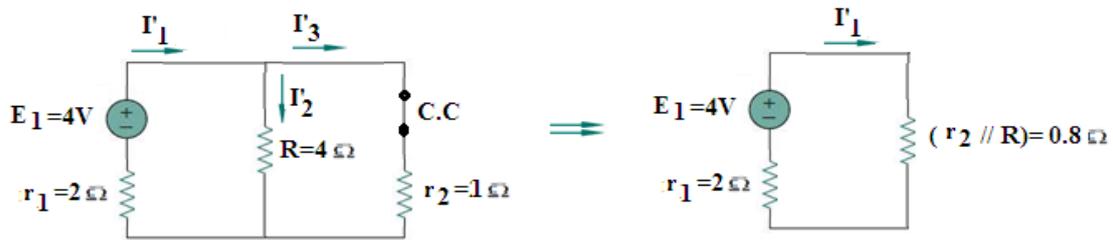
### Exemple d'application 1: TH de super avec deux sources de courants

Utiliser le théorème de superposition pour calculer le courant dans chaque branche du circuit électrique suivant :



Solution :



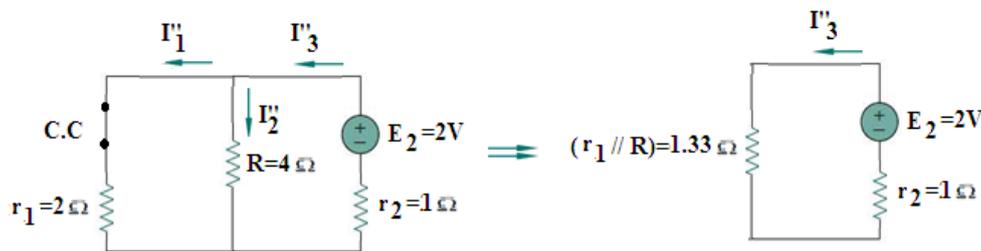


Diviseur de courant :

$$I'_1 = \frac{E_1}{r_1 + 0.8} = \frac{4}{2 + 0.8} = 1.429A$$

$$I'_2 = \frac{I'_1 r_2}{r_2 + R} = \frac{1}{4 + 1} I'_1 = 0.286A$$

$$I'_3 = \frac{I'_1 R}{r_2 + R} = 1.143A$$

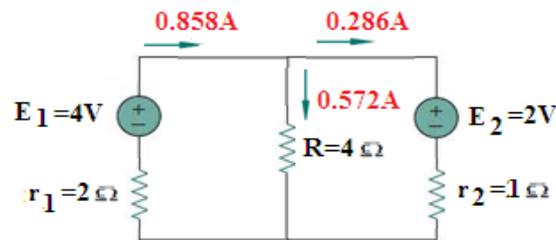


Diviseur de courant :

$$I''_3 = \frac{E_2}{r_2 + 1.33} = 0.857A$$

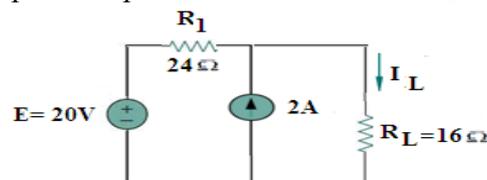
$$I''_2 = \frac{I''_3 r_1}{r_1 + R} = \frac{2}{2 + 4} I''_3 = 0.286A$$

$$I''_1 = \frac{I''_3 R}{r_1 + R} = \frac{4}{2 + 4} I''_3 = 0.571A$$

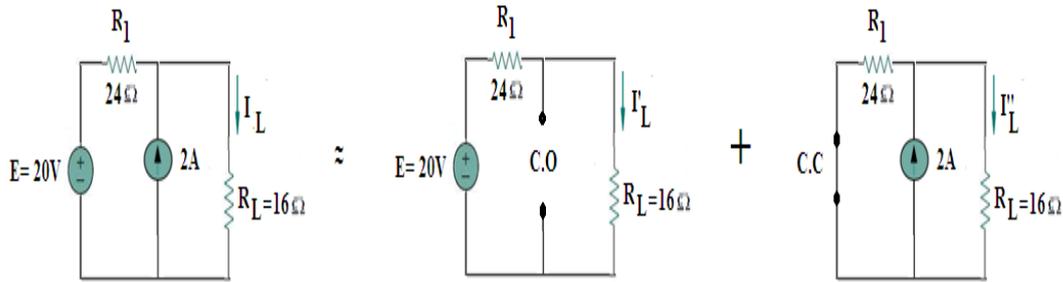


**Exemple d'application 2: Th de super avec une source de courant et une source de tension :**

Utiliser le théorème de superposition pour calculer le courant  $I_L$ .



**Solution :**



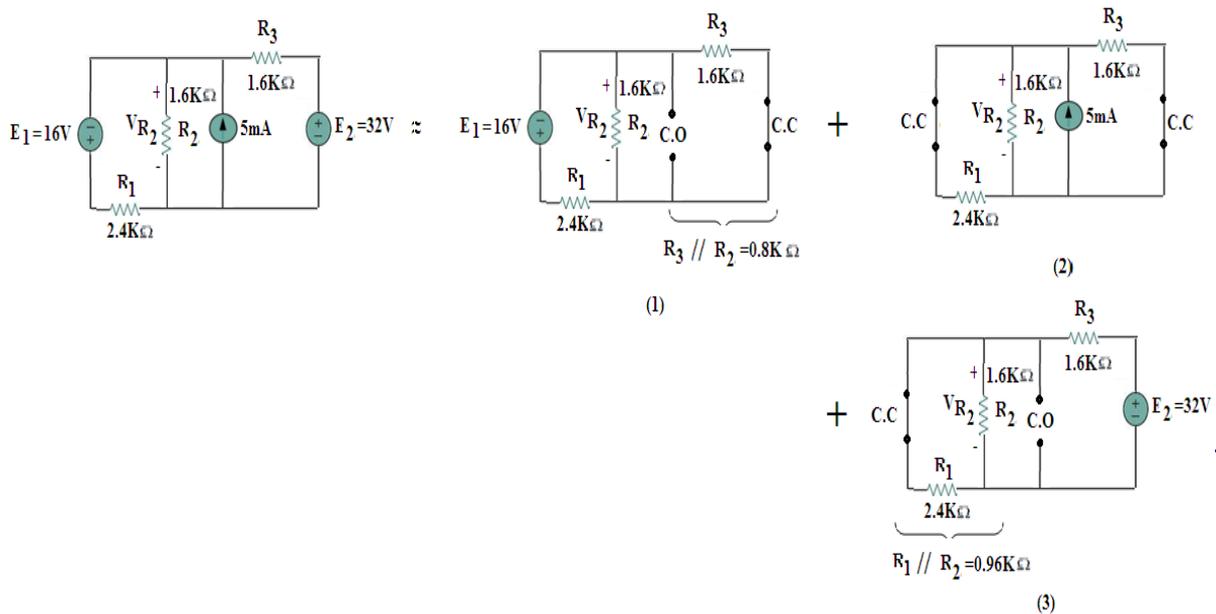
$$I'_L = \frac{E}{R_1 + R_L} = \frac{20}{16 + 24} = 0.5A$$

$$I''_L = -\frac{R_1}{R_1 + R_L} 2A = -\frac{24}{24 + 16} 2A = -1.2A$$

$$I_L = I'_L + I''_L = 0.5A - 1.2A = -0.7A \Rightarrow \text{Le sens opposé} \Rightarrow I_L = 0.7A$$

**Exemple d'application 3: Th de super avec trois sources (Variées)**

Trouver la tension aux bornes de  $R_2$  en utilisant le théorème de superposition.



$$R_T = R_1 // R_2 // R_3 = 0.6K\Omega$$

$$V_{R_2}(1) = -\frac{0.8K}{0.8K + 2.4K} 16V = -4V$$

$$V_{R_2}(2) = (0.6K) \cdot 5mA = 3V$$

$$V_{R_2}(3) = \frac{0.96K}{0.96K + 1.66K} 32V = 12V$$

$$V_{R_2} = -4V + 3V + 12V = 11V$$

**NB : Le même principe pour n source**

### I.5.2. Théorème de Thévenin [1,9]:

Tout réseau linéaire vu entre les bornes A et B qui comporte une ou plusieurs sources de courant ou de tension peut être remplacé par un circuit constitué d'une source de tension indépendante en série avec une résistance.

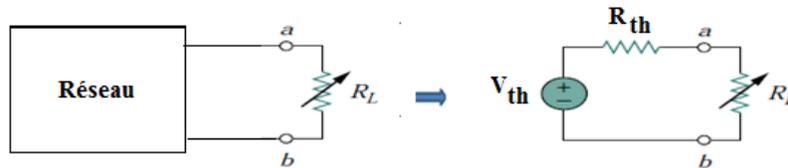


Figure. I.11. Principe général du théorème de Thévenin.

Le but est de remplacer un circuit complexe par un circuit composé d'une source de tension et une résistance :

- ❑  $V_{th}$  : la tension en circuit ouvert aux bornes A et B.
- ❑  $R_{th}$  : la résistance en circuit ouvert entre les bornes A et B mais lorsque toutes les sources sont inactives.
  - ✓ Annuler une source de tension consiste à la remplacer par un court-circuit ;
  - ✓ Annuler une source de courant consiste à la remplacer par un circuit ouvert;

#### Note Book :

Si le réseau contient des sources contrôlées, la résistance  $R_{th}$  de Thévenin est calculée en utilisant une source auxiliaire de tension branchée entre les bornes A et B.

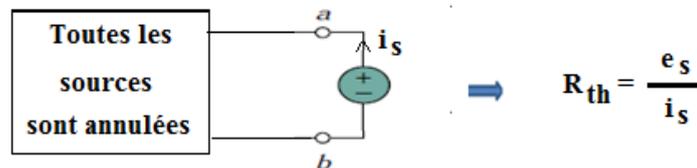
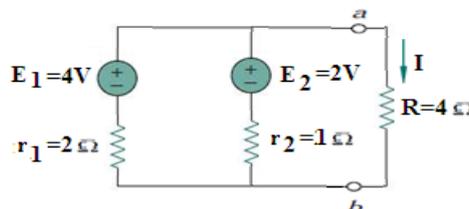


Figure. I.11-a. Principe de calcul de la résistance de Thévenin équivalente

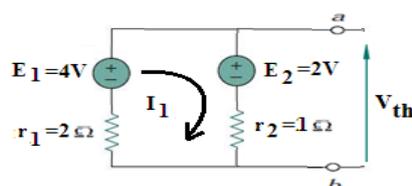
#### Exemple d'application1: Pas de sources contrôlées :

Utiliser le théorème de Thévenin pour déterminer le courant I et la puissance dissipée par R.



#### Solution :

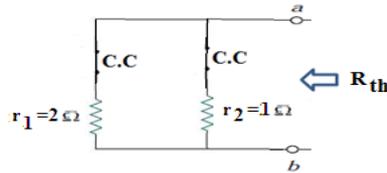
- ❑ Calcul de  $V_{th}$  :



$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{4 - 2}{2 + 1} = \frac{2}{3} A$$

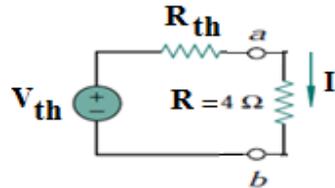
$$\Rightarrow V_{th} = E_1 - I_1 r_1 = 4 - 2 * \frac{2}{3} = \frac{8}{3} V$$

☐ Calcul de  $R_{th}$  :



$$R_{th} = r_1 // r_2 = \frac{2}{3} \Omega$$

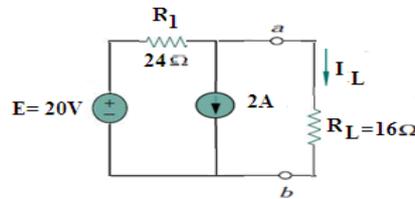
☐ Calcul de I et P :



$$I = \frac{V_{th}}{R_{th} + R} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{3} + 4} = \frac{8}{14} A = 0.571 A$$

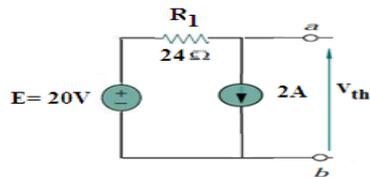
$$P = RI^2 = 4(0.571)^2 = 1.3 \text{ Watt}$$

**Exemple d'application 2 :** Utiliser le théorème de Thévenin pour déterminer le courant  $I_L$  passant par la résistance  $R_L$ .



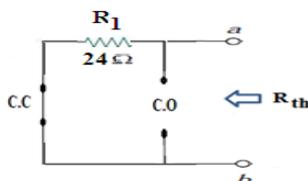
**Solution :**

☐ Calcul de  $V_{th}$  :



$$\Rightarrow V_{th} = 20V - (24\Omega * 2A) = -28V$$

☐ Calcul de  $R_{th}$  :



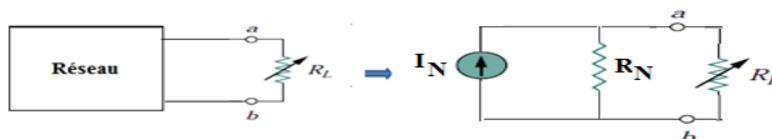
$$\Rightarrow R_{th} = R_1 = 24\Omega$$

☐ Calcul de  $I_L$  :

$$\Rightarrow I_L = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = 0.7A$$

### 1.5.3. Théorème de Norton :

Il s'emploie pour simplifier un réseau se basant sur les courants et non sur les tensions.

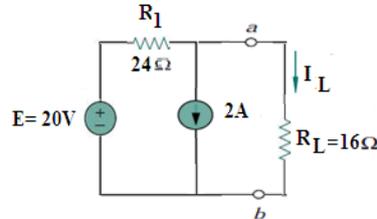


**Figure. I.12. Principe général du théorème de Norton.**

- ✓ La valeur du courant  $I_N$  est égale au courant de court-circuit entre les bornes a et b.
- ✓ La valeur de la résistance  $R_N$  est celle vue depuis les bornes ouverts a et b mais lorsque toutes les sources sont inactives. (elle est égale à celle de Thévenin  $R_N=R_{th}$ .)

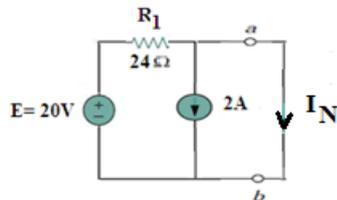
**Exemple d'application 1:**

Utiliser le théorème de Norton pour déterminer le courant  $I$  et la puissance dissipée par  $R_L$ .



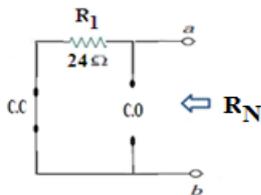
**Solution :**

□ Calcul de  $I_N$  :



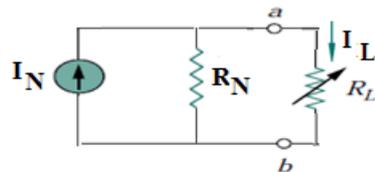
$$20 = R_1(I_N + 2A) \Rightarrow I_N = -1.167A$$

□ Calcul de  $R_N$  :



$$\Rightarrow R_N = R_1 = 24\Omega$$

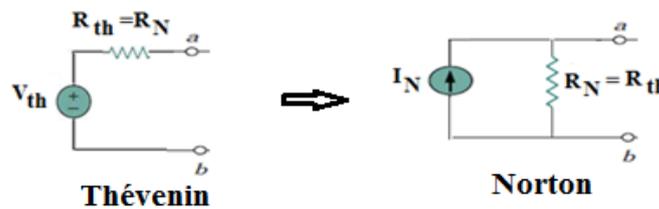
□ Calcul de  $I_L$  et  $P$  :



$$\Rightarrow I_L = \frac{R_N}{R_N + R_L} I_N = \frac{24}{24 + 16} * 1.167 = 0.7A$$

$$P = R_L * I_L^2 = 16(0.7)^2 = 7.84 \text{ Watt}$$

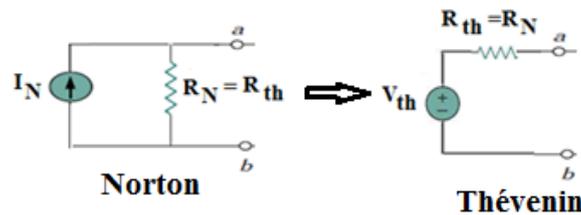
**1.5.3.1. Théorème d'équivalence Thévenin-Norton :**



**Figure. I.13. Principe d'équivalence : Thévenin - Norton.**

$(I_N, R_N)$  (circuit équivalent de Norton)  $\Leftrightarrow V_{th} = R_N * I_N$  (circuit équivalent de Thévenin)  
 et  $R_{th} = R_N$

**I.5.3.2. Théorème d'équivalence Norton -Thévenin :**



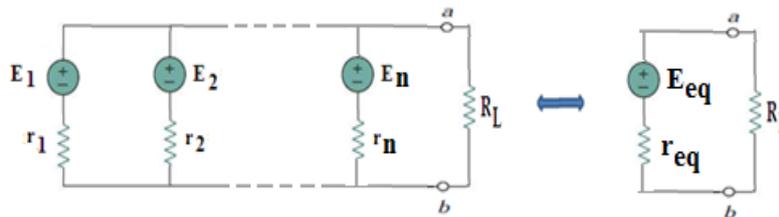
**Figure. I.14. Principe d'équivalence : Norton.-Thévenin**

$$(V_{th}, R_{th}) \text{ (circuit équivalent de Thévenin)} \Leftrightarrow I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} \text{ (circuit équivalent de Norton)}$$

$$\text{et } R_N = R_{th}$$

**I.5.4. Théorème de Millman :**

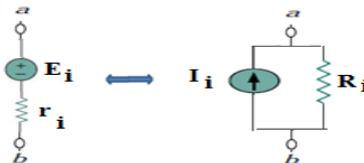
Ce théorème propose un procédé rapide de calcul de la tension commune aux bornes d'un nombre quelconque de branches en parallèle avec différentes sources de tension. Celui-ci est utilisé pour simplifier les circuits qui comportent plusieurs sources de tensions en parallèle.



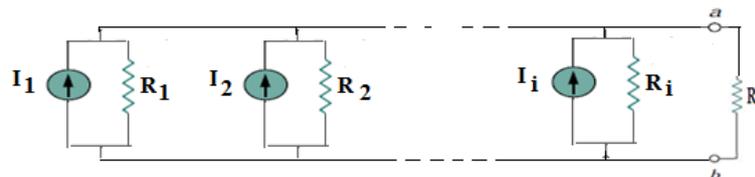
**Figure. I.13-a. Principe du théorème de Millmann.**

$$\text{Avec } E_{eq} = R_{eq} * \sum_i^n \frac{E_i}{R_i} \quad \text{et} \quad R_{eq} = \frac{1}{\sum_i^n \frac{1}{R_i}}$$

**Démonstrations :**



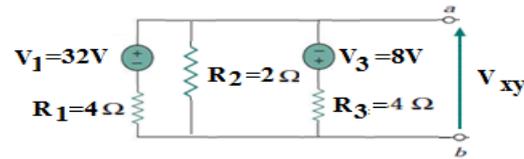
Equivalence Thévenin – Norton:  $I_i = \frac{E_i}{R_i}$



**Figure. I.13-b. Utilisation l'équivalence Thévenin – Norton dans le théorème de Millmann.**

### Exemple d'application 1: Utilisation du théorème de Millmann

Trouver la tension  $V_{xy}$  dans le circuit suivant :



**Solution :**

La tension trouvée pour  $V_{xy}$  indique donc l'effet résultant de toutes les sources sur la détermination de la tension en x par rapport à la masse commune. On calcule cette tension de la manière suivante :

$$V_{xy} = \frac{\sum \text{des sources de courants}}{\sum \text{des conductance en parallèle}} = \frac{\sum_n \frac{V_n}{R_n}}{\sum_n \frac{1}{R_n}} = \sum_n \frac{G_n V_n}{G_n}$$

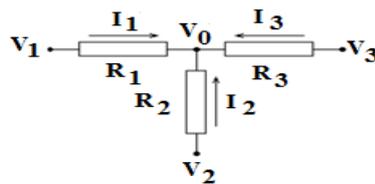
$$V_{xy} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Cette formule se déduit de la transformation des sources de tensions en sources de courants (équivalence Thévenin-Norton) et de la combinaison des résultats :

$$V_{xy} = \frac{\frac{32}{4} + \frac{0}{2} + \frac{-8}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = 6V$$

### Exemple d'application 2: Utilisation du théorème de Millmann

Considérons le circuit suivant :



**Solution :**

En utilisant les lois de Kirchoff :

$$V_1 - V_0 = R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1}$$

$$V_2 - V_0 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V_2 - V_0}{R_2}$$

$$V_3 - V_0 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_3 - V_0}{R_3}$$

$$\text{Au nœud A : } I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3} = 0$$

$$\text{donc } V_0 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

donc 
$$V_0 = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}$$

**1.5.5. Théorème de Kennelly (Transformation des circuits):**

On appelle transformation d'un circuit son remplacement par une configuration équivalente mieux adaptée. Dans l'étude des réseaux, il est souvent avantageux de convertir un réseau en triangle en un réseau en étoile ou inversement. Dans la conversion, ou bien il serait impossible d'étudier le circuit, ou bien ce serait plus compliqué. On donne les formules de conversion dérivées des lois de Kirchhoff.

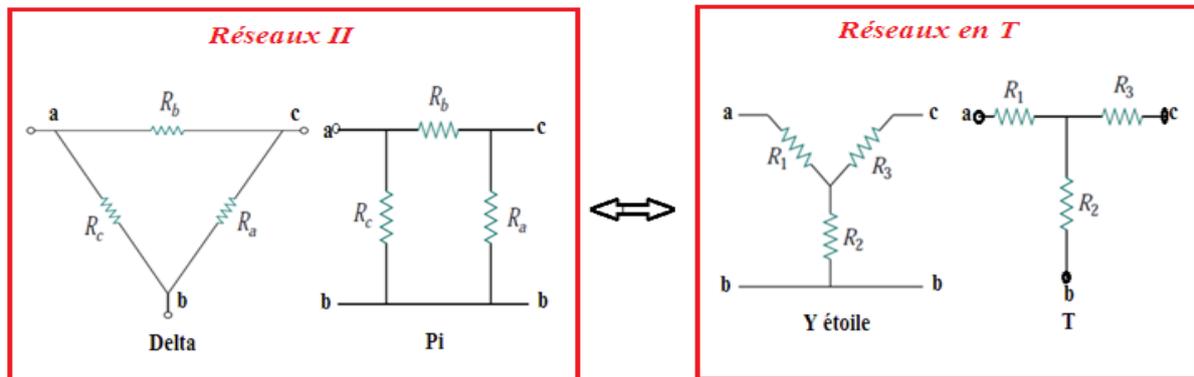
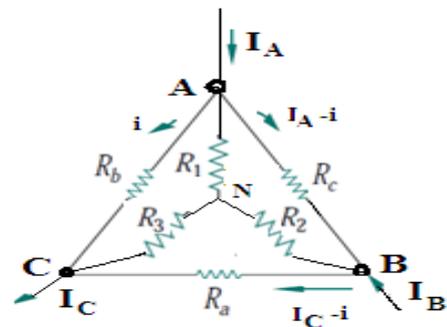


Figure. I.14-. Réseaux électriques (a) : Traingle, delta, [ ]; (b) : étoile, T [1,3]

**a) Transformation triangle- étoile :**



Loi nodale : 
$$\sum I_e = \sum I_s$$

Loi des mailles : 
$$\sum RI = \sum e$$

Pour les circuits passifs: 
$$\sum e = 0$$

✓ La maille: ABCA: 
$$R_C(I_A - i) + R_A(I_C - i) - R_B i = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{R_C}{R_A + R_B + R_C} I_A + \frac{R_A}{R_A + R_B + R_C} I_C = 0$$

De la conservation des d.d.p : 
$$V_A - V_C = V_{AN} + V_{NC}$$

$$R_B i = R_1 I_A + R_3 I_C \Rightarrow R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} ; R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$V_{AB} = V_{AN} + V_{NB} \Rightarrow R_C(I_A - i) = R_A I_A - R_2 I_B$$

Au nœud N :  $I_A + I_B = I_C \Rightarrow R_C i = (R_C - R_A)I_A + (I_C - I_A)R_2 = (R_C - R_1 - R_2)I_A + R_2 I_C$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} ;$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} ; R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} ; \Rightarrow R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} ;$$

D'après les trois relations précédentes :

$$\Rightarrow \frac{R_A R_C}{R_2} = \frac{R_B R_C}{R_1} = \frac{R_A R_B}{R_3} = R_A + R_B + R_C ;$$

**b) Transformation étoile – triangle :**

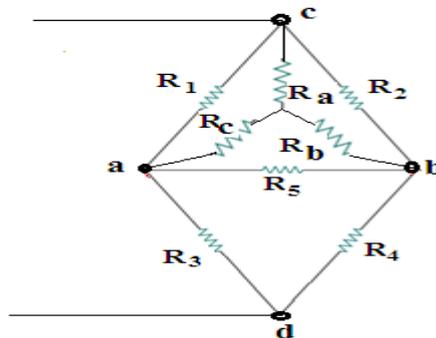
Passage d'un réseau en étoile à un réseau en triangle, ou d'un **réseau en T** à un **réseau en  $\pi$**  : Relation inverses donnent :

$$\Rightarrow R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} ; R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} ;$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

**Exemple d'application 1: Utilisation théorème de Kennelly :**

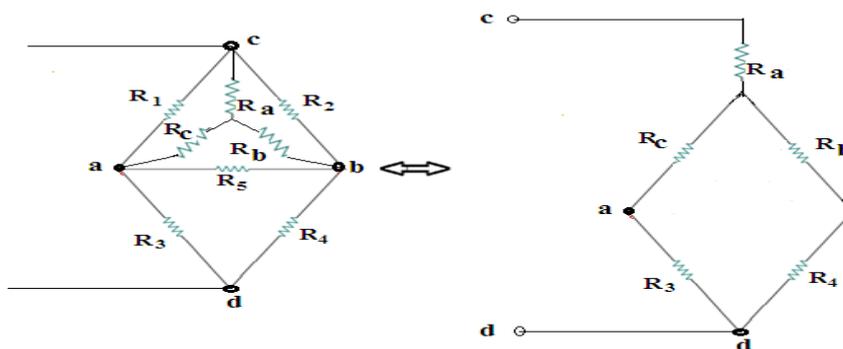
Trouvez la résistance équivalente  $R_{cd}$  ?



**Solution :**

On :

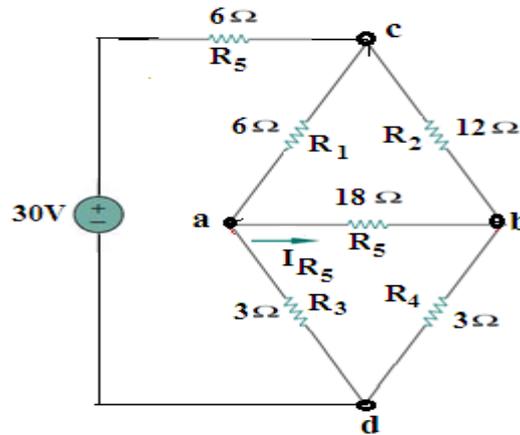
$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} ; R_b = \frac{R_5 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} ; R_c = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} ;$$



$$\Rightarrow R_{cd} = R_a + (R_c + R_3) // (R_b + R_4)$$

**Exemple d'application 2: Utilisation théorème de Kennelly :**

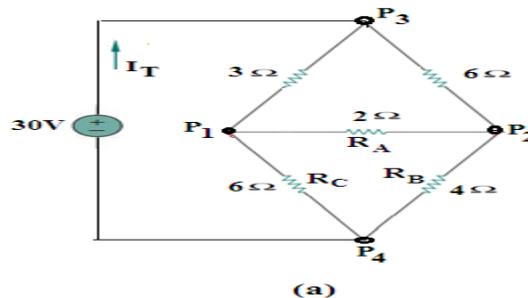
Trouvez le courant dans  $R_5$  ?



Solution :  $I_{R5}=0.086A$

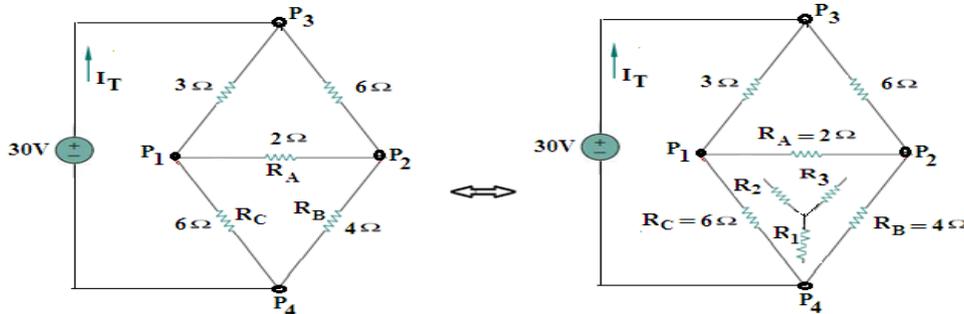
**Exemple d'application 3: Simplification d'un circuit pont (Utilis Th de Kennelly) :**

On considère un circuit en pont, on cherche le courant  $I_T$  fourni par la batterie, il faut donc trouver d'abord la résistance totale  $R_T$ .



(a)

Une approche consiste à observer qu'en (a), le pont est constitué de deux triangles branchés entre  $P_1$  et  $P_2$ . On peut remplacer l'un d'eux par le circuit en étoile équivalent. On prend le triangle inférieur avec la résistance  $R_A$  comme coté supérieur. On remplace ensuite le triangle  $R_A$ ,  $R_B$  et  $R_C$  par l'étoile équivalent  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  comme on le voit en (b).



(a)

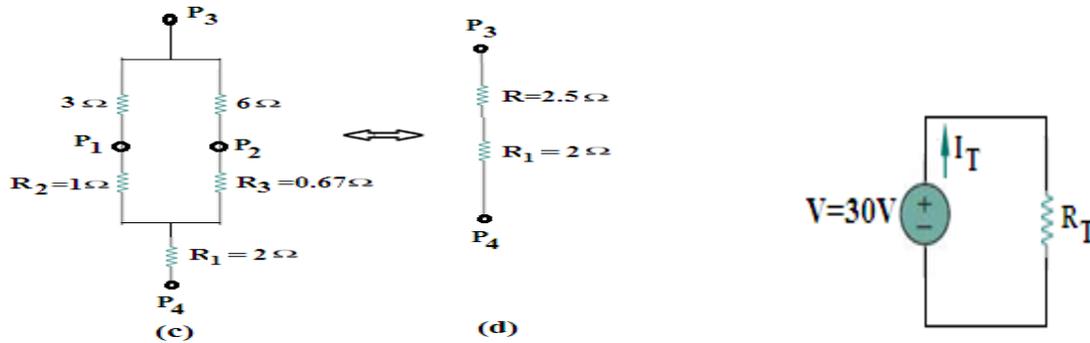
(b)

En appliquant les formules de conversions on a :

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} = 2\Omega \quad R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} = 1\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = 0.67\Omega$$

On utilise ensuite ces valeurs de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  dans un circuit en étoile équivalent, en remplacement du circuit en triangle original. Ce qui donne le circuit suivant :



La résistance combinée équivalente aux deux branches en parallèle est égale :

$$\frac{4 \times 6.67}{4 + 6.67} = 2.5\Omega \Rightarrow R_T = 2.5\Omega + R_1 = 4.5\Omega$$

Celle-ci est la résistance totale de tout le circuit en pont entre les bornes  $P_3$  et  $P_4$  branchés à la source  $V$ .

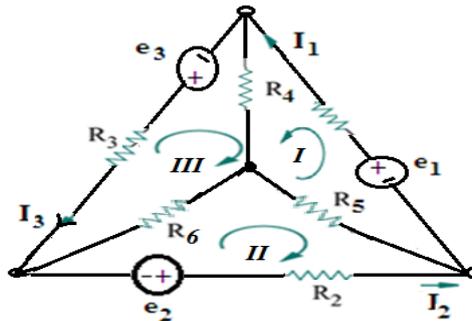
$$I_L = \frac{V}{R_T} = \frac{30}{4.5} = 6.67A$$

Série 01 : Réseaux Electriques et Théorèmes

Exercice 01 :

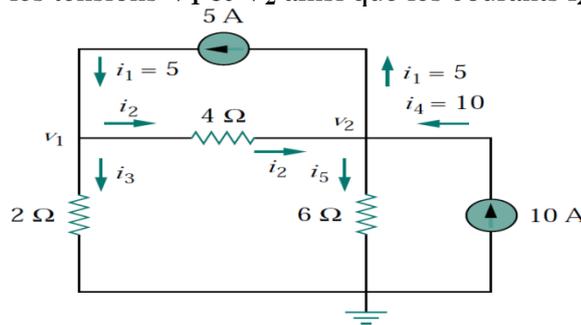
Déterminer les courants dans les différentes branches du circuit ci-contre en appliquant les lois de Kirchhoff et la méthode de mailles indépendantes (utiliser le sens de parcours arbitraire pour les courants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  donné).

$R_1=5K$ ,  $R_2=4K$ ,  $R_3=10K$ ,  $R_4=12K$ ,  $R_5=15K$ ,  $R_6=2K$ ,  $e_1=10V$ ,  $e_2=12V$ ,  $e_3=15V$ .



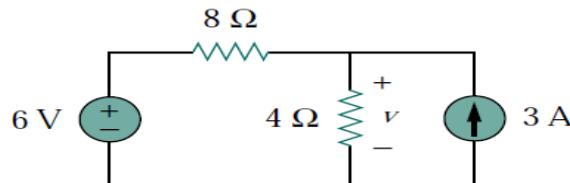
Exercice 02 :

Calculer par analyse nodale les tensions  $V_1$  et  $V_2$  ainsi que les courants  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$  et  $i_5$ .



Exercice 03 :

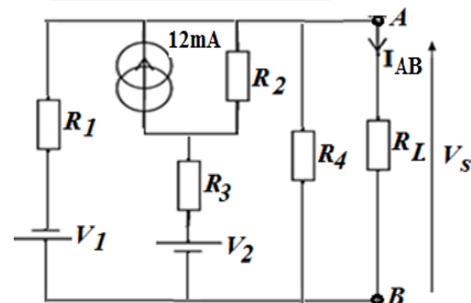
En utilisant le Théorème de Superposition et le diviseur de tension Trouver le potentiel  $v$  ?



Exercice 04 : Examen de Rattrapage (2016/2017)

Calculer l'intensité  $I_{AB}$  traversant le dipôle AB en appliquant l'une des méthodes :

- a) Le théorème de Thévenin ;
  - b) Le théorème Norton ;
  - c) Le théorème Equivalence Thévenin - Norton ;
  - d) Le théorème de Millmann
- AN:  $V_1=5V$ ,  $V_2=7V$ ,  $R_1=1K\Omega$ ,  $R_2= R_3= R_4= 2R_1$  et  $R_L=0.5K\Omega$

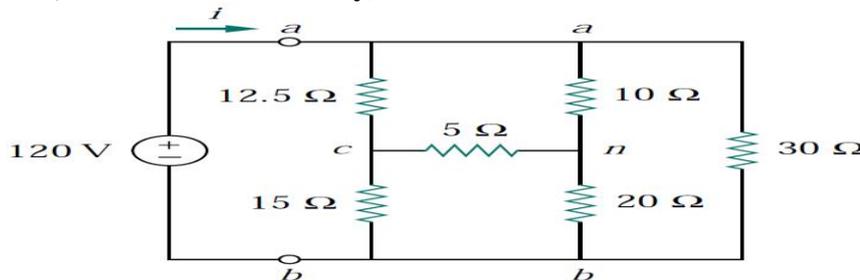


A suivre

2017/2018

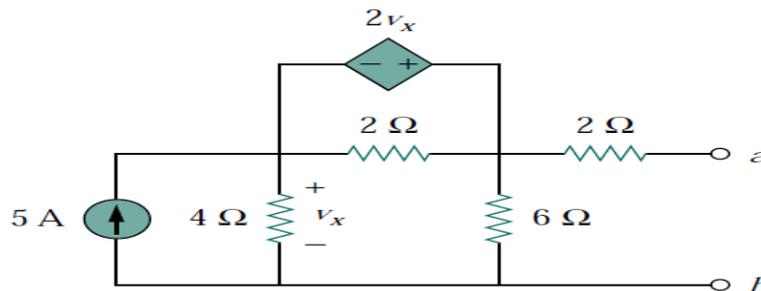
Suite- Série 01 : Réseaux Electriques et Théorèmes fondamentaux

**Exercice 05 :** Trouver la valeur de la résistance équivalente  $R_{ab}$  par la méthode des transformations (Théorème de Kennelly) et déduire  $i$ .



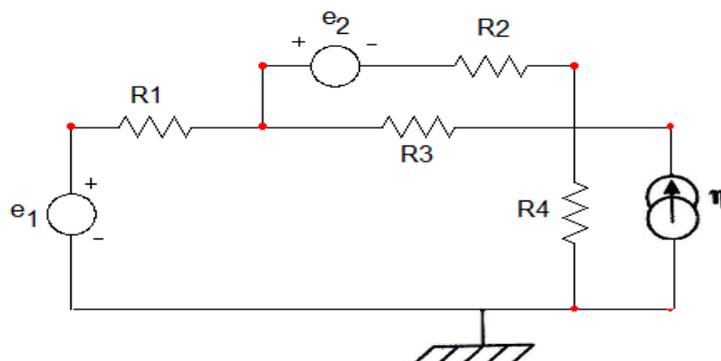
**Exercice 06 (Homework1) :**

Remplacer le circuit vu entre les points **a** et **b** par un générateur de Thévenin équivalent. (Présence de source contrôlée, pour le calcul de  $R_{TH}$ , prendre  $e_s = 1V$  (pour faciliter les calculs)).



**Exercice 08 (Homework2)**

Déterminer le courant dans la résistance  $R_2$  du réseau ci- dessous en utilisant le théorème de Thévenin ( $e_1=45V$ ,  $e_2=32V$ ,  $\eta=4A$ ,  $R_1=5\Omega$ ,  $R_2=2\Omega$ ,  $R_3=4\Omega$ ,  $R_4=10\Omega$ ).



Bonne Compréhension

## II.1. Définitions :

Un **Quadripôle** est une partie de réseau qui communique avec le reste du réseau par ses deux paires de bornes.

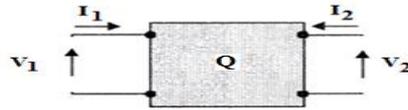


Figure. II.1-a. Schéma représentatif d'un quadripôle.

- **Q** : est organe de liaison entre l'entrée et la sortie.
- **Q** est alors caractérisée par quatre grandeurs électriques tension et courant d'entrée :  $V_1$  et  $I_1$  ; et tension et courant de sortie  $V_2$  et  $I_2$ .

Les quadripôles ce sont donc des bi-pôles (l'un l'entrée et l'autre la sortie) alimentés par un réseau extérieur ( $R_1$ ) et peuvent fournir de l'énergie au réseau extérieur ( $R_2$ ). Ils sont soit passifs ou actifs. Ils existent deux conventions de signe possibles :

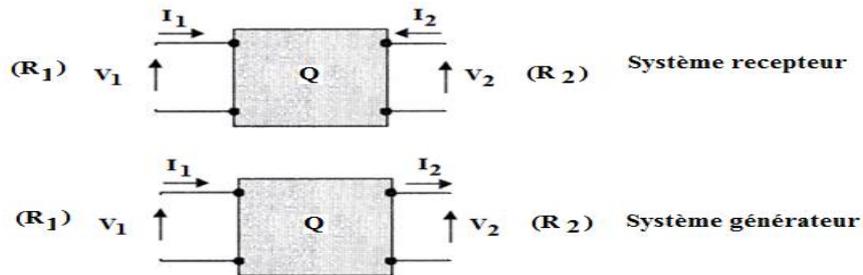


Figure. II.1-b. Quadripôle receleur et quadripôle générateur.[1,3]

## II. 2. Différents types de Quadripôles passifs :

- **Quadripôles actifs**: ce sont des quadripôles qui comportent des sources contrôlées par des grandeurs internes.

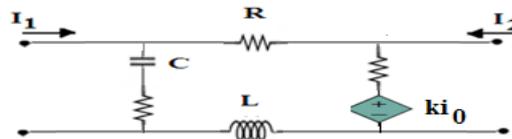


Figure. II.2-a. Schéma représentatif d'un quadripôle actif

- **Quadripôles passifs**: ce sont des quadripôles qui ne comportent aucune source. Un quadripôle linéaire et passif est réciproque.

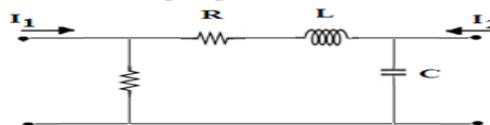


Figure. II.2-b. Schéma représentatif d'un quadripôle passif

Chapitre II: Quadripôles Passifs

- **Quadripôles réactifs:** ce sont des quadripôles qui ne contiennent que des selfs et des capacités.

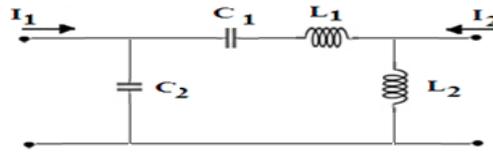


Figure. II.2-c. Schéma représentatif d'un quadripôle réactif

- **Quadripôles symétrique:** Un quadripôle est symétrique si l'intervention des bornes d'entrée (1), (1') et de sortie (2), (2') ne modifie pas le régime de fonctionnement des réseaux extérieurs (R<sub>1</sub>) et (R<sub>2</sub>).

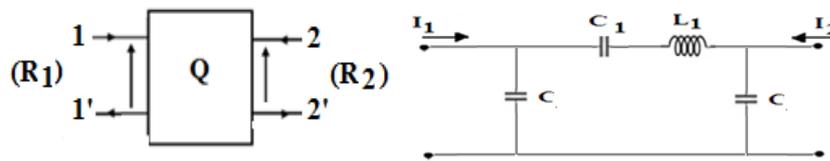
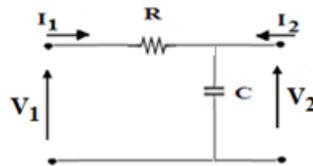


Figure. II.2-d. Schéma représentatif d'un quadripôle symétrique

La condition de symétrie :

$$Z_{11} = Z_{22} \Rightarrow Y_{11} = Y_{22} \text{ et } A = D$$

Exemple d'application1 :



$$\begin{cases} Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = R + \frac{1}{jC\omega} \\ Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{1}{jC\omega} \end{cases} \Rightarrow Z_{11} \neq Z_{22} \text{ Alors le quadripole n'est pas symétrique}$$

Vérifier la réciprocité de même quadripôle : En appliquant la matrice de transfert :

$$AD - BC = 1?$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{R + \frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega}} = 1 + jRC\omega$$

$$B = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{V_1=0} = R \quad ; \quad C = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = jC\omega \quad ; \quad D = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_1=0} = 1$$

$$(1 + jRC\omega) - jRC\omega = 1 \Rightarrow Q \text{ est réciproque}$$

- **Quadripôles réciproque :**

Si une force électromotrice (f.e.m) E est insérée à l'entrée d'un quadripôle produisant un courant I<sub>2</sub> en sortie en court-circuit.

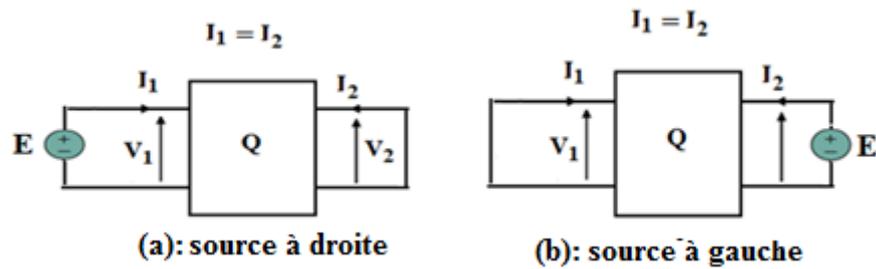


Figure. II.2-e. Schéma représentatif d'un quadripôle réciproque

Réciproquement, cette f.e.m insérée à la sortie de ce quadripôle produit un même courant à l'entrée en court-circuit.

**De (a) :**

$$\begin{cases} E = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ 0 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow I_2 = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}}I_1 \text{ alors } I_1 = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2$$

$$E = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = -Z_{11}\frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2 + Z_{12}I_2 = \left(\frac{-Z_{22}Z_{11} + Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}}\right)I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E * Z_{21}}{-Z_{22}Z_{11} + Z_{21}Z_{12}}$$

**De (b) :**

$$\begin{cases} 0 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ E = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow I_2 = -\frac{Z_{11}}{Z_{12}}I_1$$

$$E = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = Z_{21}I_1 - Z_{22}\frac{Z_{11}}{Z_{12}}I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E * Z_{12}}{-Z_{22}Z_{11} + Z_{21}Z_{12}}$$

La condition de réciprocité :

$$I_1 = I_2 \Leftrightarrow Z_{21} = Z_{12} \Rightarrow Y_{21} = Y_{12}$$

En utilisant la matrice de transfert :

**De (a) :**

$$\begin{cases} E = A I_1 - B I_2 \\ I_1 = C I_1 - D I_2 \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{B} E$$

**De (b) :**

$$\begin{cases} 0 = A I_1 - B I_2 \\ I_1 = C I_1 - D I_2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{AD - BC}{B} E$$

La condition de réciprocité :

$$I_1 = I_2 \Leftrightarrow AD - BC = 1$$

### II.3. Paramètres Fondamentales d'un quadripôle

Un quadripôle Q est linéaire si  $V_1, I_1, V_2$  et  $I_2$  sont liés par des relations linéaires. Les coefficients de ces relations sont appelés paramètres du quadripôle. Ils s'expriment en fonction des éléments du quadripôle.

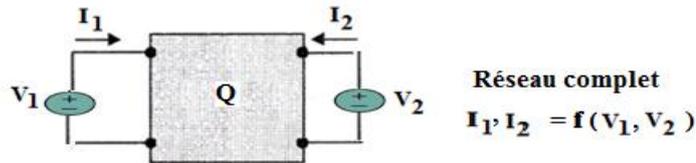


Figure. II.3. Schéma représentatif d'un quadripôle linéaire

Par application du principe de superposition on a donc :

$$\begin{cases} I_1 = K_{11}V_1 + K_{12}V_2 \\ I_2 = K_{21}V_1 + K_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \text{quatre paramètres } K_{ij}$$

Il y a six manières possibles d'exprimer deux grandeurs en fonction des deux autres donc six groupes de paramètres.

#### II.3.1. Paramètres impédances [Z]:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow \text{forme matricielle } \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} ; Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} ; Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} ; Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} : \text{impédance d'entrée lorsque la sortie est circuit - ouvert C.O}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} : \text{impédance de transfert directe lorsque la sortie est circuit - ouvert C.O}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} : \text{impédance de sortie lorsque l'entrée est circuit - ouvert C.O}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} : \text{impédance de transfert inverse lorsque l'entrée est circuit - ouvert C.O}$$

Schéma équivalent :

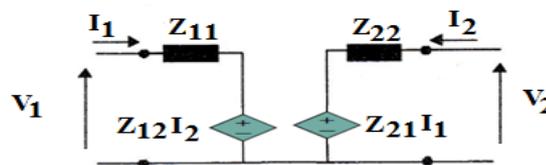
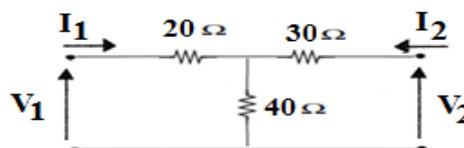


Figure. II.4. Schéma d'un quadripôle défini par ses paramètres impédances[1,3,9]

#### Exemple d'application 1 :

Déterminer les paramètres impédance du quadripôle représenté par le circuit ci-dessous.



**Solution :**

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = 60\Omega; \quad Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = 40\Omega;$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = 40\Omega; \quad Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = 70\Omega$$

$$\text{Donc la matrice } [Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 40 \\ 40 & 70 \end{bmatrix}$$

**II.3.2. Paramètres impédances [Y]:**

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Forme matricielle } \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}; \quad Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}; \quad Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}; \quad Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

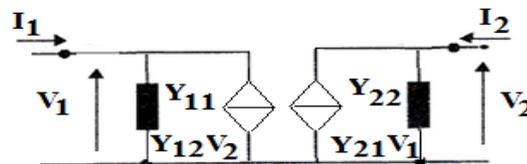
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} : \text{admittance d'entrée lorsque la sortie est court - circuit C.C}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} : \text{admittance de transfert inverse lorsque l'entrée est en court circuit C.C}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} : \text{admittance de transfert directe lorsque la sortie est en court circuit C.C}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} : \text{admittance de sortie lorsque l'entrée est en court circuit C.C}$$

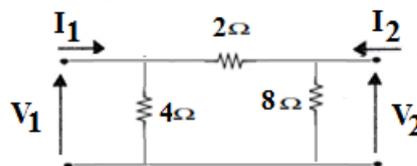
**Schéma équivalent :**



**Figure. II.5. Schéma d'un quadripôle défini par ses paramètres admittances [1,3,9]**

**Exemple d'application :**

Déterminer les paramètres admittance du quadripôle représenté par le circuit ci-dessous.



**Solution :**

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = 0.75\Omega; \quad Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = 0.5\Omega;$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = -0.5\Omega; \quad Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = 0.625\Omega$$

$$\text{Donc la matrice } [Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.5 \\ -0.5 & 0.625 \end{bmatrix}$$

### II.3.3. Paramètres hybrides [h]:

Les paramètres hybrides sont très utilisés pour décrire les transistors.

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Forme matricielle } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} ; h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} ; h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} ; h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} : \text{impédance d'entrée lorsque la sortie est court - circuit C.C}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} : \text{gain inverse en tension lorsque l'entrée est en circuit ouvert C.O}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} : \text{gain en courant lorsque la sortie est en court circuit C.C}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} : \text{admittance de sortie lorsque l'entrée est en circuit ouvert C.O}$$

Schéma équivalent :

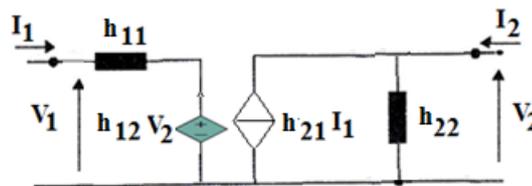
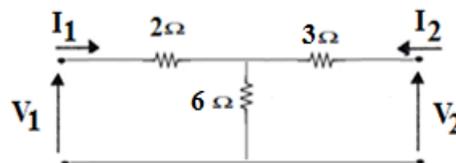


Figure. II.6. Schéma d'un quadripôle défini par ses paramètres hybrides[1,3,9]

Exemple d'application :

Déterminer les paramètres hybrides du quadripôle représenté par le circuit ci-dessous.



Solution :

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = 4\Omega ; h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{2}{3}\Omega ;$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = -\frac{2}{3}\Omega ; h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{9}\Omega$$

$$\text{Donc la matrice } [h] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2/3 \\ -2/3 & 1/9 \end{bmatrix}$$

### II.3.4. Paramètres hybrides inverses [g]:

$$\begin{cases} I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Forme matricielle } \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Chapitre II: Quadripôles Passifs

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0} ; g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} ; g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} ; g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0} : \text{admittance d'entrée lorsque la sortie est circuit ouvert C. O}$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} : \text{gain inverse en courant lorsque l'entrée est en circuit ouvert C. C}$$

$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} : \text{gain en tension lorsque la sortie est en circuit ouvert C. O}$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0} : \text{impédance de sortie lorsque l'entrée est en court circuit C. C}$$

Schéma équivalent :

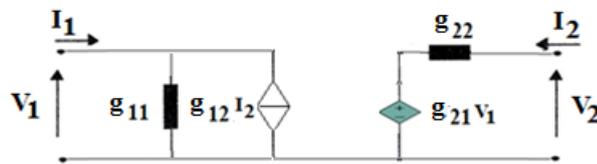
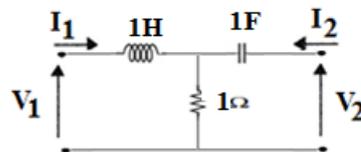


Figure. II.7. Schéma d'un quadripôle défini par ses paramètres hybrides inverses[1,3,9]

Exemple d'application:

Déterminer les paramètres hybrides inverses du quadripôle représenté par le circuit ci-dessous.



Solution :

$$\text{Donc la matrice } [g] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p+1} & -\frac{1}{p+1} \\ \frac{1}{p+1} & \frac{p^2+p+1}{p(p+1)} \end{bmatrix} \text{ avec } p = j\omega$$

II.3.5. Paramètres de chaîne matrice de transfert direct:

$$\begin{cases} V_1 = A V_2 - B I_2 \\ I_1 = C V_2 - D I_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Forme matricielle } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} ; B = -\left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} ; C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} ; D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} : \text{gain inverse en tension lorsque la sortie est circuit ouvert C. O}$$

$$B = -\left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} : \text{impédance de transfert inverse lorsque la sortie est en court circuit C. C}$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} : \text{admittance de transfert inverse lorsque la sortie est en circuit ouvert C. O}$$

$$D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0} : \text{gain inverse en courant lorsque la sortie est en court circuit C. C}$$

Schéma équivalent :

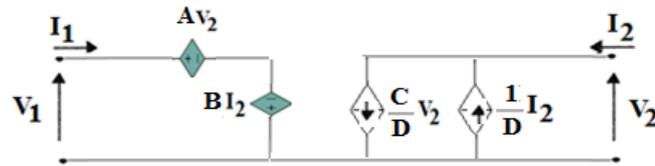
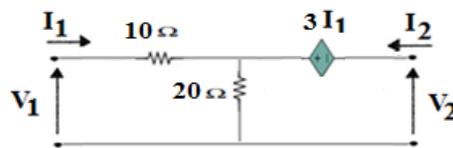


Figure. II.8. Schéma d'un quadripôle défini par ses paramètres de transfert direct[1,3,9]

Exemple d'application :

Déterminer les paramètres de transfert direct du quadripôle représenté par le circuit ci-dessous.



Solution :

$$\text{Donc la matrice } [T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.765 & 15.29 \\ 0.0588 & 1.176 \end{bmatrix}$$

II.3.6. Paramètres de chaîne inverse :

$$\begin{cases} V_2 = aV_1 - b I_1 \\ I_2 = c V_1 - d I_1 \end{cases} \Rightarrow \text{Forme matricielle } \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = [t] \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

$$a = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1=0} ; \quad b = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1=0} ; \quad c = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1=0} ; \quad d = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1=0}$$

$$a = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1=0} : \text{ gain en tension lorsque l'entrée est en circuit ouvert C.O}$$

$$b = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1=0} : \text{ impédance de transfert lorsque l'entrée est en court circuit C.C}$$

$$c = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1=0} : \text{ admittance de transfert lorsque l'entrée est en circuit ouvert C.O}$$

$$d = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1=0} : \text{ gain en courant lorsque l'entrée est en court circuit C.C}$$

II.4. Passage d'un formalisme à un autre :

$$\square \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [Z]^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z]^{-1}[Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [I] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

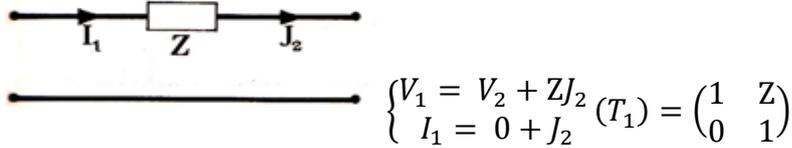
$$\text{De même on a } \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [Y] = [Z]^{-1}$$

$$\square \begin{cases} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h]^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \end{cases} \text{ alors } [g] = [h]^{-1}$$

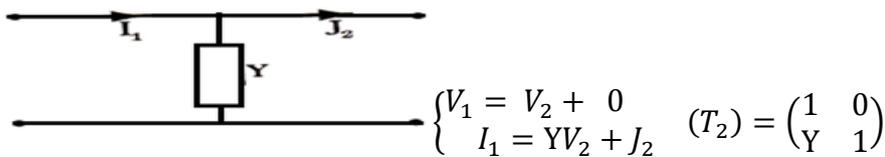
$$\square [t] = [T]^{-1}$$

## II.5. Exemples de quadripôles [1,9,10]:

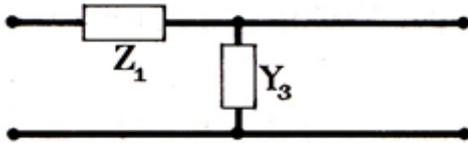
### II.5.1. Quadripôle série :



### II.5.2. Quadripôle parallèle :



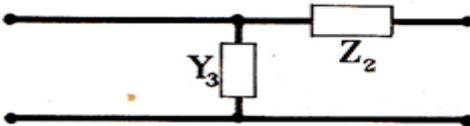
### II.5.3. Filtre ou Quadripôle en L du premier type:



$$(T_3) = (T_1)(T_2) = \begin{pmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(T_3) = \begin{pmatrix} 1 + Z_1Y_3 & Z_1 \\ Y_3 & 1 \end{pmatrix}$$

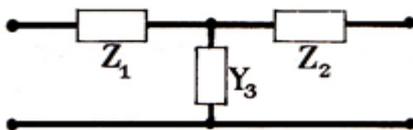
### II.5.4. Filtre ou Quadripôle en L du deuxième type:



$$(T_4) = (T_2)(T_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(T_4) = \begin{pmatrix} 1 & Z_2 \\ Y_3 & 1 + Y_3Z_2 \end{pmatrix}$$

### II.5.5. Filtre ou Quadripôle en T :



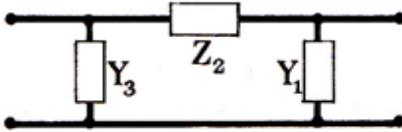
$$(T_5) = (T_3)(T_1) = \begin{pmatrix} 1 + Z_1Y_3 & Z_1 \\ Y_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(T_5) = \begin{pmatrix} 1 + Z_1Y_3 & Z_2 + Z_1Z_2Y_3 + Z_1 \\ Y_3 & Y_3Z_2 + 1 \end{pmatrix}$$

On peut écrire cette matrice avec seulement des impédances :

$$(T_5) = \frac{1}{Z_3} \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1 \\ 1 & Z_2 + Z_3 \end{pmatrix}$$

**II.5.6. Filtre ou Quadripôle en  $\pi$  :**



$$(T_6) = (T_4)(T_2) = \begin{pmatrix} 1 & Z_2 \\ Y_3 & 1 + Y_3 Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(T_6) = \begin{pmatrix} 1 + Z_2 Y_1 & Z_2 \\ Y_3 + Y_1 + Y_1 Y_3 Z_2 & 1 + Y_3 Z_2 \end{pmatrix}$$

**II.5.7. Equivalence entre le filtre en  $\pi$  et le filtre en T :**



**Figure. II.9. Equivalence entre un filtre en  $\pi$  et un filtre en T [2].**

La matrice du filtre en  $\pi$  sera obtenue à partir de  $(T_6)$  :

$$(T_7) = \begin{pmatrix} 1 + z_3 y_1 & z_3 \\ y_2 + y_1 + y_1 y_2 z_3 & 1 + y_2 z_3 \end{pmatrix} \text{ et avec } y_1 = \frac{1}{z_1}$$

$$(T_7) = \begin{pmatrix} 1 + \frac{z_3}{z_1} & z_3 \\ \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} + \frac{z_3}{z_1 z_2} & 1 + \frac{z_3}{z_2} \end{pmatrix}$$

$$(T_7) = \begin{pmatrix} \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3} & \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3} \end{pmatrix}$$

On en déduit les égalités suivantes :

$$1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{Z_1}{Z_3} ; \quad z_3 = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3}{Z_3}$$

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{z_3}{z_1 z_2} = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{z_1 z_2} = \frac{1}{Z_3}$$

$$1 + \frac{z_3}{z_2} = \frac{Z_2}{Z_3} + 1$$

Qui sont équivalentes aux relations :

$$z_1 z_1 = z_2 z_2 = z_3 z_3 = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1; \quad Z_3 = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2 + z_3}$$

Qui traduisent le **théorème de Kennelly** (voir Chap I).

## II.6. Association de quadripôles :

Il existe cinq modes d'association des quadripôles :

### II.6.1. Association série /série :

Dans ce cas les courants d'entées sont égaux aux courants de sortie. On utilise les matrices  $[Z]$  et  $[Z']$  des deux quadripôles associés.

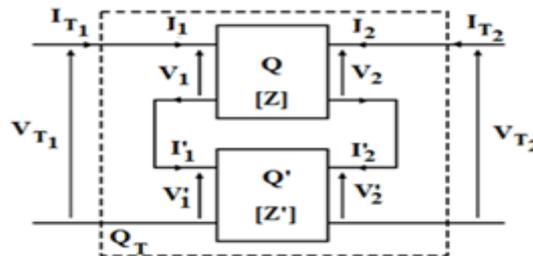


Figure. II.10-a. Association série/ série d'un quadripôle. [2,9]

$$\begin{bmatrix} I_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = ([Z] + [Z']) \begin{bmatrix} I_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [Z_T] = [Z] + [Z']$$

### II.6.2. Association en parallèle /parallèle:

On utilise les matrices  $[Y]$  et  $[Y']$  des deux quadripôles associés.

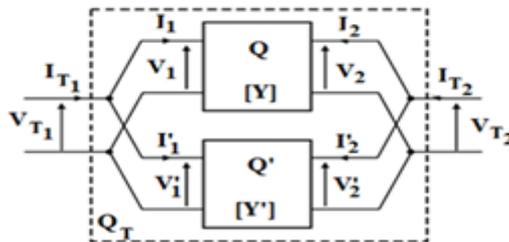


Figure. II.10-b. Association parallèle /parallèle d'un quadripôle. [2,9]

$$\begin{bmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = ([Y] + [Y']) \begin{bmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [Y_T] = [Y] + [Y']$$

### II.6.3. Association série- parallèle :

On utilise les matrices  $[h]$  et  $[h']$  des deux quadripôles associés.

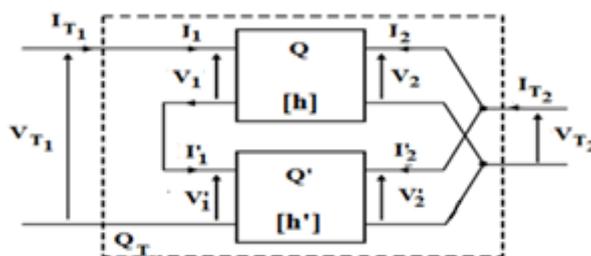
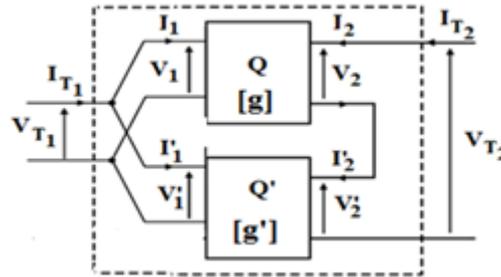


Figure. II.10-c. Association série / parallèle d'un quadripôle. [2,9]

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = ([h] + [h']) \begin{bmatrix} I_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow [h_T] &= [h] + [h'] \end{aligned}$$

**II.6.4. Association parallèle-série:**

On utilise les matrices  $[g]$  et  $[g']$  des deux quadripôles associés.

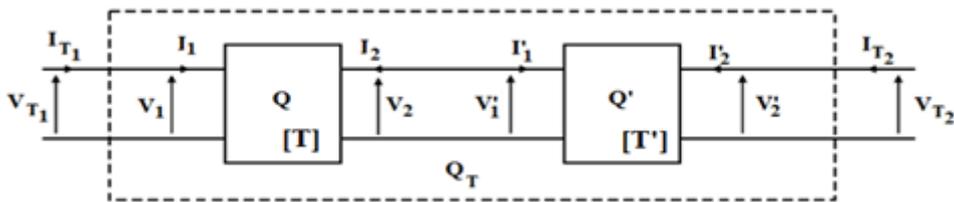


**Figure. II.10-d. Association parallèle / série d'un quadripôle. [2,9]**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} I_{T1} \\ V_{T2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = ([g] + [g']) \begin{bmatrix} V_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow [g_T] &= [g] + [g'] \end{aligned}$$

**II.6.5. Association en chaîne (cascade):**

Les quadripôles associés les uns à la suite des autres.



**Figure. II.10-e. Association cascade (ou chaîne) d'un quadripôle. [2,9]**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{T1} \\ I_{T1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{T2} \\ -I_{T2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{T1} \\ I_{T1} \end{bmatrix} &= [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T][T'] \begin{bmatrix} V_{T2} \\ -I_{T2} \end{bmatrix} \Rightarrow [T_T] = [T] + [T'] \end{aligned}$$

Le quadripôle Q est représenté par la matrice  $[t]$  et  $Q'$  est représenté par  $[t']$ .

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{T2} \\ I_{T2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V'_2 \\ I'_2 \end{bmatrix} = [t'] \begin{bmatrix} V'_1 \\ -I'_1 \end{bmatrix} = [t'] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [t'] [t] \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = [t'] [t] \begin{bmatrix} V_{T1} \\ -I_{T1} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow [t_T] &= [t'] * [t] \end{aligned}$$

## II.7. Analyse des quadripôles : grandeurs des quadripôles

Il est possible de définir pour un quadripôle des grandeurs caractéristiques comme les impédances d'entrée et de sortie, et les gains en tension, courant et puissance.

### II.7.1. Impédance d'entrée :

C'est l'impédance  $Z_E = V_E / I_E$  vue à l'entrée quand la sortie est chargée par une impédance  $Z_u$ . On utilise la matrice impédance du quadripôle.

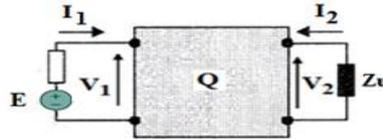


Figure. II.11- a. Présentation et analyse d'un quadripôle. [2,9]

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = -Z_u \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_2(Z_{22} + Z_u) = -Z_{21} \cdot I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{-Z_{21}}{Z_{22} + Z_u} I_1$$

$$V_1 = I_1 \cdot \left\{ \frac{Z_{11} - Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_u} \right\}$$

$$\text{or } Z_E = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow Z_E = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_u}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Z] : Z_E = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_u}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Y] : \frac{1}{Z_e} = Y_{11} - \frac{Y_{12} \cdot Y_{21}}{Y_{22} + \frac{1}{Z_u}}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [h] : Z_E = h_{11} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{22} + \frac{1}{Z_u}}$$

### II.7.2. Impédance de sortie :

C'est l'impédance  $Z_S = V_S / I_S$  vue à la sortie quand l'entrée est fermée par une impédance  $Z_g$  qui l'impédance du générateur.

Le calcul analogue au précédent donne :

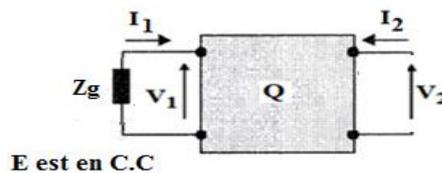


Figure. II.11- b. Méthode de détermination de l'impédance d'entrée d'un quadripôle. [2,9]

$$\text{or } Z_S = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow Z_S = Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Z] : Z_S = Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Y] : \frac{1}{Z_S} = Y_{22} - \frac{Y_{12} \cdot Y_{21}}{Y_{11} + \frac{1}{Z_g}}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [h] : \frac{1}{Z_S} = h_{22} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{11} + Z_g}$$

### II.7.3. Gain en tension :

C'est le quotient de la tension de sortie par la tension d'entrée :  $G_v = V_2 / V_1$ .

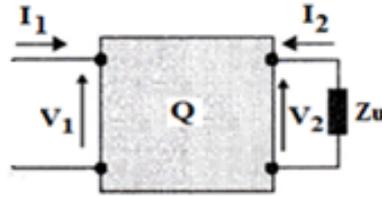


Figure. II.11- c. Méthode de détermination du gain en tension d'un quadripôle. [2,9]

$$\begin{aligned} V_2 &= T_{11} \cdot V_1 - T_{12} \cdot I_1 \\ I_2 &= T_{21} \cdot V_1 - T_{22} \cdot I_1 \quad \text{Or} \quad V_2 = -Z_u \cdot I_2 \\ T_{22} \cdot I_1 &= T_{21} \cdot V_1 - I_2 = T_{21} \cdot V_1 + V_2 / Z_u \\ V_2 &= T_{11} \cdot V_1 - \left( \frac{T_{12} \cdot T_{21}}{T_{22}} \right) \cdot V_1 - T_{12} \cdot V_2 / T_{22} \cdot Z_u \end{aligned}$$

➤ **Cas particulier : les quadripôles passifs**

On a alors :  $\Delta(T)=1$

$$V_2 \left( 1 + \frac{T_{12}}{T_{22} \cdot Z_u} \right) = V_1 \left( \frac{T_{11} \cdot T_{22} - T_{21} \cdot T_{12}}{T_{22}} \right) = \frac{V_1}{T_{22}}$$

$$A_v = \frac{Z_u}{Z_u \cdot T_{22} + T_{12}}$$

$$\text{Si } Z_u = \infty \text{ (quadripôle non chargé) : } A_v = \frac{1}{T_{22}}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Z] : G_v = \frac{Z_u \cdot Z_{21}}{Z_u Z_{11} + Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [h] : G_v = \frac{-h_{21}}{h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21} + \frac{h_{11}}{Z_u}}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Y] : G_v = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + \frac{1}{Z_u}}$$

### II.7.4. Gain en courant :

C'est le quotient du courant de sortie par le courant d'entrée :  $G_i = I_2 / I_1$ .

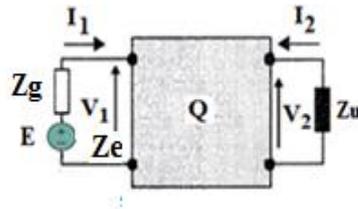
$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = -Z_u \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Z] : G_i = \frac{-Z_{21}}{Z_{22} + Z_u}$$

$$\text{En utilisant la matrice } [Y] : G_i = \frac{Y_{21}}{Y_{11} + Z_u \Delta Y} \quad \text{Avec } \Delta Y = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$$

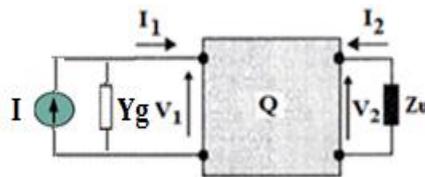
$$\text{En utilisant la matrice } [h] : G_i = \frac{h_{21}}{h_{22} Z_u + 1}$$

**II.7.5. Gain composite :**



**Figure. II.12- a. Méthode de détermination du gain composite d'un quadripôle en utilisant la matrice [Z]. [2,9]**

En utilisant la matrice [Z] :  $G_{vc} = \frac{V_2}{E} = \frac{V_2}{V_1} * \frac{V_1}{E} = G_v * \frac{Z_e}{Z_e + Z_g}$



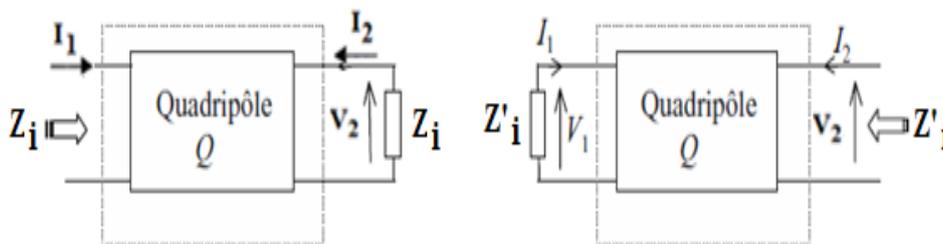
**Figure. II.12- b. Méthode de détermination du gain composite d'un quadripôle en utilisant la matrice [Y]. [2,9]**

En utilisant la matrice [Y] :  $G_{ic} = \frac{I_2}{I} = \frac{I_2}{I_1} * \frac{I_1}{I} = G_i * \frac{Y_e}{Y_e + Y_g}$

**Remarque :** Le gain composite de plusieurs quadripôles Q placés en chaine est égal au produit de leurs gains composites calculés en considérant que la sortie de chaque quadripôle en circuit-ouvert C.O.

**II.7.6. Impédance itérative:**

C'est l'impédance mesurée entre l'une des deux paires de bornes d'un quadripôle lorsque l'autre paire de bornes est terminée par une impédance de même valeur.



**Figure. II.13. Méthode de détermination de l'impédance itérative d'un quadripôle[2,9]**

En général, le quadripôle Q a deux impédances itératives  $Z_i$  et  $Z'_i$ .

□ **par la matrice de transfert :**

Un quadripôle passif représenté par sa matrice de transfert :

$$(T) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} ; \quad \begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 & (II - 1) \\ I_1 = CV_2 + DI_2 & (II - 2) \end{cases}$$

On mettra le quadripôle « à vide » à la sortie  $I_2=0$  ; on calculera alors :

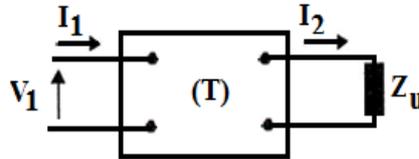
$A = \frac{V_1}{V_2}$  et  $C = \frac{I_1}{V_2}$  ;  $\frac{A}{C}$  Serait l'impédance d'entrée.

Puis sous l'essai de court-circuit :  $V_2=0$  :

$B = \frac{V_1}{I_2}$  et  $D = \frac{I_1}{I_2}$  ;  $\frac{1}{D}$  est l'amplification en courant lors du court-circuit.

□ **Recherche de la charge itérative :**

On dispose des équations (II-1) et (II-2) et en plus (II-3) :



$$V_2 = Z_u \cdot I_2 \quad (II - 3)$$

Eliminons  $V_2$  et  $I_2$  entre ces trois équations :

$$V_1 = A \cdot Z_u \cdot I_2 + B \cdot I_2 ; \quad I_1 = (C \cdot Z_u + D) I_2$$

L'ensemble présent à l'entrée l'impédance apparente :  $\frac{V_1}{I_1} = \frac{A \cdot Z_u + B}{C \cdot Z_u + D}$  ;

On désire qu'elle soit égale à  $Z_u$  :

$$Z_u = \frac{A \cdot Z_u + B}{C \cdot Z_u + D} ; \quad \text{ou encore} \quad C \cdot Z_u^2 + (D - A) \cdot Z_u - B = 0 \quad (II - 4)$$

**Remarques :**

- ✓ Les valeurs complexes de  $Z_u$  sont solutions de sont appelées « **impédance caractéristique ou dite « itérative » du filtre.**
- ✓ Deux solutions réelles ou complexes : elles ne sont peut-être pas réalisables toutes les deux : une impédance n'est réalisable que si sa partie réelle est positive.
- ✓ **Quadripôle symétrique :** On alors  $A=D$  et l'équation (4) se réduit à :

$$C \cdot Z_u^2 - B = 0 \Rightarrow Z_u = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

□ **par la matrice impédance :**

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11} \cdot I_1 - Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 &= Z_{21} \cdot I_1 - Z_{22} \cdot I_2 = Z_u \cdot I_2 \end{aligned}$$

On trouvera :

$$Z_u^2 - Z_u(Z_{11} + Z_{22}) + Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = 0$$

- **Pour un filtre symétrique :**  $Z_{11} = +Z_{22}$
- **Pour un filtre passif :**  $Z_{12} = +Z_{21}$  ; la relation se simplifie:

$$Z_u^2 = Z_{11}^2 - Z_{12}^2 \quad \text{et} \quad Z_u = \pm \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}$$

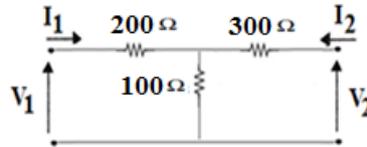
**Vérification :** On trouve que

$$B = Z_{12} - \frac{Z_{11} \cdot Z_{22}}{Z_{21}} \quad \text{et} \quad C = \frac{1}{Z_{21}} ;$$

$\frac{B}{C} = Z_{12}Z_{21} - Z_{11} \cdot Z_{22} = Z_{11}^2 - Z_{12}^2$  : c'est bien la même solution.

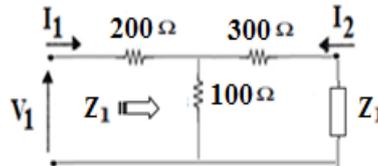
**Exemple d'application :**

Calculer les impédances itératives du quadripôle suivant :



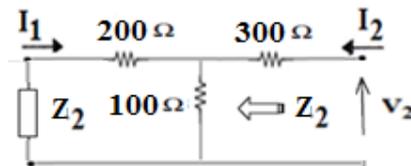
**Solution :**

□ L'impédance itérative à l'entrée :



$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = 200 + \frac{100(300 + Z_1)}{100 + 300 + Z_1} \Rightarrow Z_1 = 285.4\Omega$$

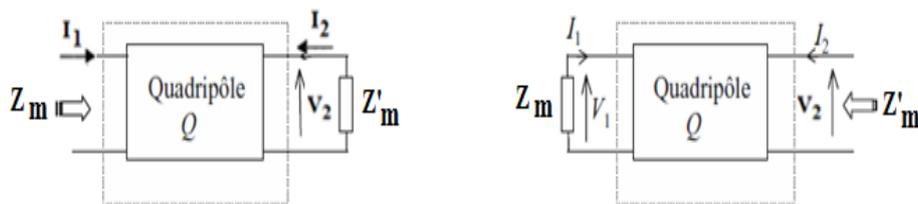
□ L'impédance itérative à la sortie :



$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = 300 + \frac{100(200 + Z_2)}{100 + 200 + Z_2} \Rightarrow Z_2 = 385.4\Omega$$

**II.7.7. Impédance image:**

Nous savons que l'énergie transmise de la source vers le quadripôle est maximale si  $R_g=Z_e$ , et que l'énergie transmise du quadripôle vers la charge est maximale en cas d'adaptation  $Z_s=Z^*_U$  (où  $Z^*_U$  est le complexe conjugué de  $Z_U$ ). Un quadripôle a deux impédance images  $Z_m$  et  $Z'_m$ .



**Figure. II.14. Méthode de détermination de l'impédance image d'un quadripôle[2,9]**

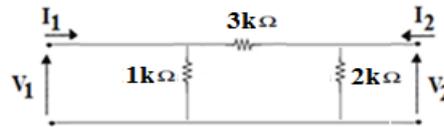
La condition de transfert d'énergie s'est écrite alors :  $R_g=Z_m$  et  $Z'_m=Z^*_U$

Les impédances images valent dans ce cas :

$$Z_m = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z'_m} \quad \text{et} \quad Z'_m = Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + Z_m}$$

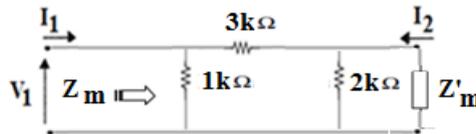
**Exemple d'application :**

Calculer les impédances images du quadripôle suivant :

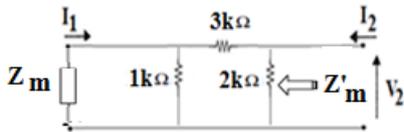


**Solution :**

□



$$Z_m = \frac{V_1}{I_1} = (1k) // (3k + (2k // Z'_m)) = \frac{6 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^3 \cdot Z'_m}{8 \cdot 10^3 + 6Z'_m} \quad (1)$$



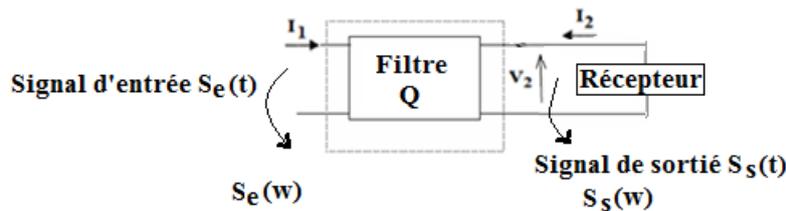
$$Z'_m = \frac{V_2}{I_2} = (2k) // (3k + (1k // Z_m)) = \frac{6 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^3 \cdot Z_m}{5 \cdot 10^3 + 6Z_m} \quad (2)$$

De (1) et (2)  $\Rightarrow Z_m = 790\Omega$  et  $Z'_m = 1265\Omega$

**II.8. Application au filtrage :**

Le filtrage est une opération qui assure le passage des fréquences désirées et la rejection ou l'atténuation des autres fréquences. Cette opération est assurée par des filtres qui sont des quadripôles (passifs ou actifs) généralement insérés entre la source d'excitation et le récepteur.

- Excitation d'un signal utile (filtres atténuateurs) ;
- Modification de forme du signal (filtres corrections).



**Figure. II.15. Schéma représentatif d'un filtre Q. [2,9]**

$$H(j\omega) = \frac{S_s(\omega)}{S_e(\omega)} : \text{Fonction de transfert}$$

$$H(j\omega) = \frac{S_s(\omega)}{S_e(\omega)} = \frac{V_s(\omega)}{V_e(\omega)} : \text{Gain en tension}$$

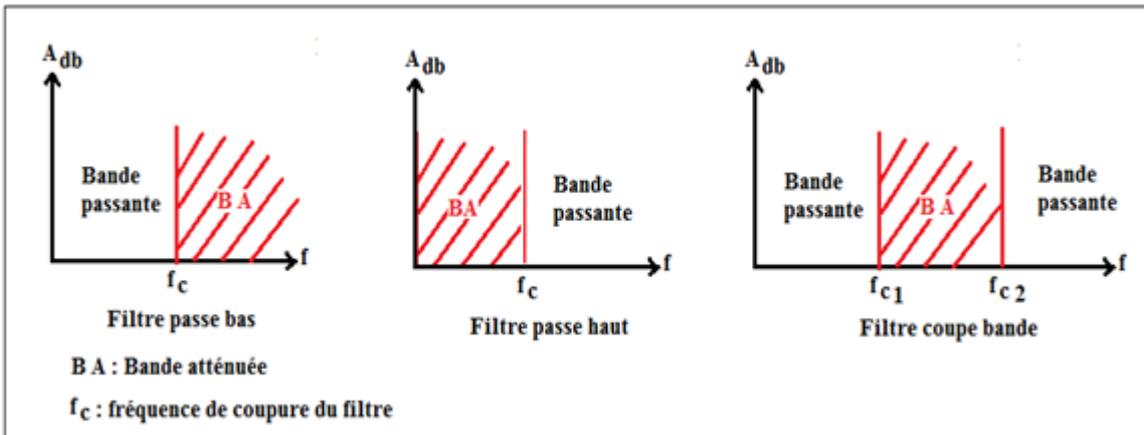
$$H(j\omega) = \frac{S_s(\omega)}{S_e(\omega)} = \frac{I_s(\omega)}{I_e(\omega)} : \text{Gain en courant}$$

$$A_{db} = 20 \log_{10} \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = 20 \log_{10} |H^{-1}(\omega)| : \text{Attenuation}$$

La fonction de transfert est caractérisée par son amplitude  $A(\omega) = |H(j\omega)|$  et sa phase  $\varphi(\omega) = \text{arth}(H(j\omega))$

**II.8.1. Différents types de filtres :**

**a) Filtres idéales :**



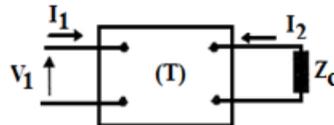
**Figure. II.16. Gain en décibel en fonction de la fréquence des différents types de filtres idéaux. [2,9]**

**b) Filtres pratiques :**

Dans ces filtres il existe entre les deux bandes une bande de transition [2,9]

**c) Condition de filtrage :**

- Impédance caractéristique itérative :



$$Z_c \equiv Z_e \text{ et } Z_e = \frac{V_1}{I_1} = -\frac{V_2}{I_2}$$

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 & (1) \\ I_1 = CV_2 + DI_2 & (2) \end{cases} \Rightarrow Z_c = -\frac{V_2}{I_2} \quad (3)$$

$$Z_e = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 + BI_2}{CV_2 + DI_2} \quad (4)$$

de (3) et (4) on aura  $Z_e = \frac{-AZ_e + B}{-CZ_e + D}$

$$-C \cdot Z_e^2 - (A - D)Z_e + B = 0 \Rightarrow Z_e = \frac{(A - D) \mp \sqrt{(A - D)^2 - 4BC}}{2C}$$

**Cas particuliers :**

- Filtres passifs  $\Rightarrow AD - BC = 1$

$$\Rightarrow Z_e = \frac{(A - D) \mp \sqrt{(A + D)^2 - 4}}{2C}$$

□ Filtre réciproque et symétrique :  $\Rightarrow \begin{cases} AD - BC = 1 \\ A = D \end{cases}$

$$Z_e = \mp \sqrt{\frac{B}{C}}$$

□ Bande passante :

$$\frac{V_1}{V_2} = -\frac{I_1}{I_2}$$

$\lambda$  : valeur propre de la matrice chaine

$$\begin{cases} V_1 = \lambda V_2 \\ I_1 = -\lambda I_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} (A - \lambda)V_2 = BI_2 & (1) \\ CV_2 = (D - \lambda)I_2 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{(A - \lambda)}{C} = \frac{B}{D - \lambda} \Rightarrow (A - \lambda)(D - \lambda) - BC = 0$$

$$\lambda_1 = \frac{A + D}{2} + \sqrt{\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 - 1}$$

$$\lambda_2 = \frac{A + D}{2} - \sqrt{\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 - 1}$$

On pose :  $\begin{cases} \Gamma = \alpha + j\theta \text{ avec } \alpha: \text{atténuation itératif} ; \theta: \text{déphasage itératif} \\ \frac{A+D}{2} = ch\Gamma = \frac{e^{+\Gamma} + e^{-\Gamma}}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{A + D}{2} = ch\alpha \cos\theta + jsh\alpha \sin\theta$$

Condition de transmission : sans atténuation

$$Re\left(\frac{A + D}{2}\right) = \cos\theta \quad \text{et} \quad Im\left(\frac{A + D}{2}\right) = 0$$

□ Pour un filtre passif :  $-1 \leq \left(\frac{A+D}{2}\right) \leq 1$

□ Si le filtre est symétrique :  $\Rightarrow A = D \Rightarrow -1 \leq A - D \leq 1$

### Exemple d'application1: Filtre RC

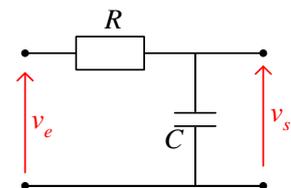
Soient le filtre RC présenté par le circuit ci-dessous.

1. Trouver sa fonction de transfert sachant

$$v_e = V_e \cos(\omega.t + \varphi)$$

2. Etudier son comportement en basse et haute fréquence.

En utilisant le diagramme de Bode.



### Solution :

Source :  $v_e = V_e \cos(\omega.t + \varphi)$  Charge : circuit ouvert ( $i_s = 0$ )

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} \quad (\text{diviseur de tension})$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}. \text{ On pose } \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ appelée fréquence de coupure du circuit}$$

$$\text{Donc } \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ Ainsi, } G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad ; \quad \varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

### Diagramme de Bode :

En basse fréquence ( $\omega \ll \omega_0$ ) :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} G(\omega) = 1 \text{ donc } \lim_{\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \rightarrow -\infty} G_{dB} = 0. \text{ On a donc une asymptote horizontale en } -\infty.$$

C'est un **filtre passe bas**

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi(\omega) = 0 \text{ donc } \lim_{\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \rightarrow -\infty} \varphi(\omega) = 0. \text{ On a aussi une asymptote horizontale.}$$

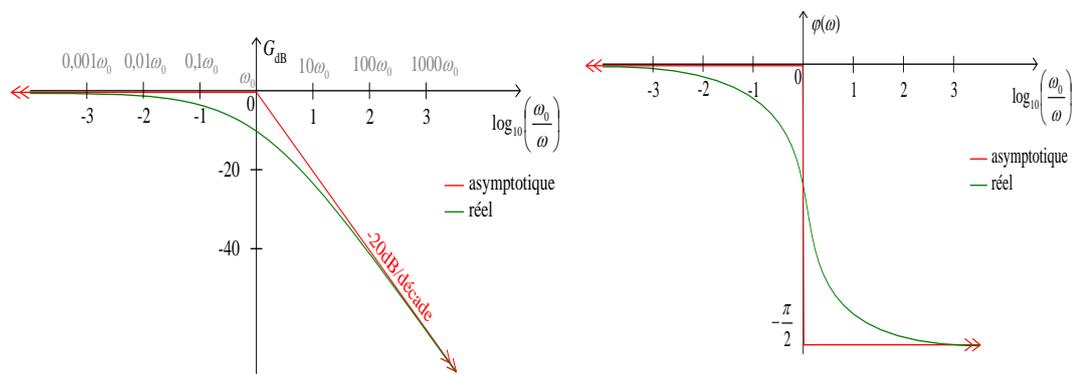
En haute fréquence ( $\omega \gg \omega_0$ ) :

$$G(\omega) \sim \frac{\omega_0}{\omega} \text{ Donc } \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \left( \log(G\omega) - \log\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \right) = 0$$

$$\text{Soit } \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \left( \underbrace{G_{dB}(\omega)}_Y - \underbrace{(-20 \log \frac{\omega_0}{\omega})}_X \right) = 0$$

On a une asymptote d'équation  $Y = -20X$  (soit  $G_{dB}(\omega) = -20 \log \frac{\omega_0}{\omega}$ ) en  $+\infty$ .

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \text{ On a donc une asymptote horizontale en } +\infty$$



**Figure. II.17. Diagramme de Bode (Gain et phase) d'un filtre RC.**

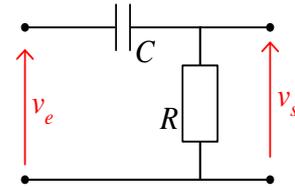
$$G(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow G_{dB}(\omega_0) = -3\text{dB} \quad \varphi(\omega_0) = -\arctan 1 = -\frac{\pi}{4}$$

**C'est un filtre passe bas.**

**Exemple d'application 2 : Filtre CR**

Soient le filtre CR présenté par le circuit ci-dessous.

1. Trouver sa fonction de transfert sachant  $v_e = V_e \cos(\omega.t + \varphi)$
2. Etudier son comportement en basse et haute fréquence. En utilisant le diagramme de Bode.



**Solution :**

Source :  $v_e = V_e \cos(\omega.t + \varphi)$  Charge :  $R_\infty$ .

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}, \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

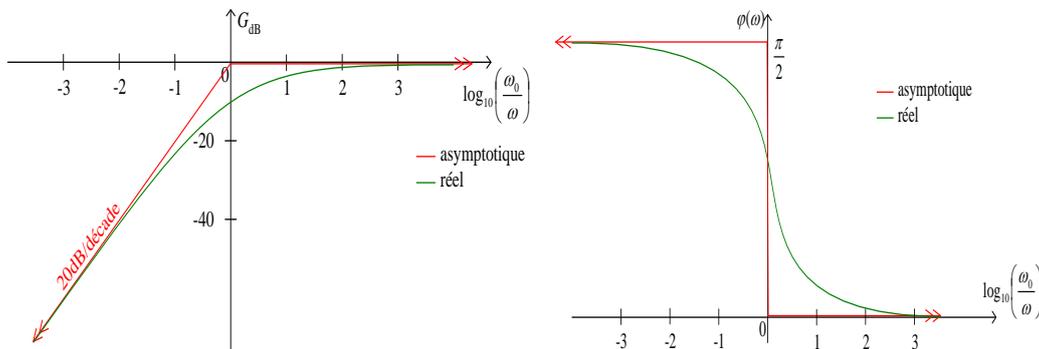
$$G(\omega) = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} ; \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

En basse fréquence ( $\omega \ll \omega_0$ ) :  $G(\omega) \sim \frac{\omega}{\omega_0}$  Donc  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \left( G_{dB}(\omega) - 20 \log \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 0$

On a une asymptote d'équation  $G_{dB}(\omega) = 20 \log \frac{\omega_0}{\omega}$  en  $-\infty$ .  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$

En haute fréquence ( $\omega \gg \omega_0$ ) :  $G(\omega) \sim \frac{\omega/\omega_0}{\omega/\omega_0} \sim 1$ . Donc  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} G(\omega) = 1$ ;  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} G_{dB}(\omega) = 0$

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \varphi(\omega) = 0$$



**Figure. II.18. Diagramme de Bode (Gain et phase) d'un filtre CR**

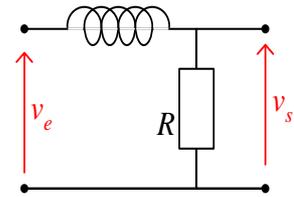
Pour  $\varphi(\omega)$ , c'est le même que le précédent décalé de  $\pi/2$  vers le haut :

**C'est un filtre passe haut.**

**Exemple d'application 3 : Filtre LR**

Soient le filtre LR présenté par le circuit ci-dessous.

1. Trouver sa fonction de transfert sachant  $v_e = V_e \cos(\omega.t + \varphi)$
2. Etudier son comportement en basse et haute fréquence.  
 En utilisant le diagramme de Bode.



**Solution :**

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}, \text{ avec } \omega_0 = \frac{R}{L}.$$

Pulsation de coupure :

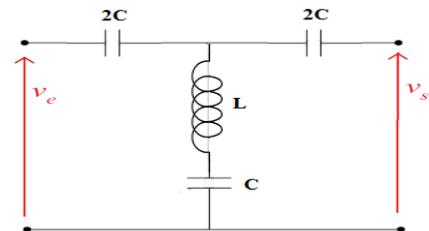
$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \cdot |\underline{H}(j\omega)|_{\max} = 1. \quad |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \omega = \omega_0$$

On a donc un **filtre passe-bas**, de bande passante  $[0; \omega_0]$

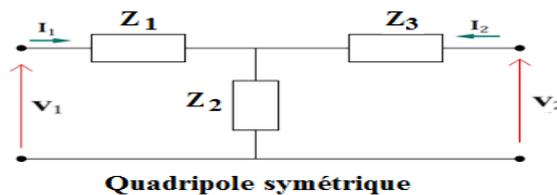
**Exemple d'application 4 :**

Soient le filtre présenté par le circuit ci-dessous.

1. Déterminer les fréquences de coupure et sa nature. Utiliser la structure d'un quadripôle en T.
2. Déterminer  $\alpha$  et pour  $\omega_1 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$  et  $\omega_2 = \frac{0.1}{\sqrt{LC}}$



**Solution :**



Q symétrique :  $-1 \leq A \leq 1$

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \quad -1 \leq 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq \frac{Z_1}{Z_2} \leq 0$$

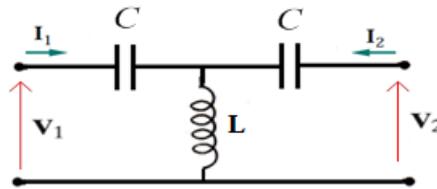
Avec  $Z_1 = \frac{1}{2jC\omega}$  ;  $Z_2 = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$$-2 \leq \frac{Z_1}{Z_2} \leq 0 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2C\omega \left(-L\omega + \frac{1}{C\omega}\right)} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq \frac{1}{2(-Lc\omega^2 + 1)} \leq 0$$

Donc on trouve deux valeurs de  $\omega$  :

$$\omega_1 = \frac{5}{\sqrt{4LC}} \text{ et } \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

**Exemple d'application 5 :**



Soit le filtre en T représenté par le circuit ci-dessous.

**Solution :**

$$Z_{11} = \frac{1}{jC\omega} + jL\omega; \quad Z_{12} = jL\omega; \quad Z_{22} = -Z_{11};$$

$$Z_u^2 = \left[ j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right]^2 + L^2\omega^2;$$

$$Z_u^2 = -\frac{1}{C^2\omega^2} + 2\frac{L}{C}; \quad \Rightarrow \quad Z_u = \pm \frac{j}{C\omega} \sqrt{1 - 2LC\omega^2}$$

- Si  $2LC\omega^2 > 1$  (fréquence élevées)  $Z_u$  est réelle : c'est une résistance.
- Si  $2LC\omega^2 < 1$  (fréquence basses)  $Z_u$  est imaginaire pure :

**II.9. Application aux circuits à couplage magnétique : transformateurs :**

**II.9.1. Auto-induction :**

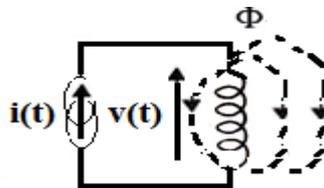


Figure. II.19-a. Circuit montant le principe de l'auto induction. [2,9]

$$v(t) = N \frac{d\Phi}{dt}; \quad N: \text{nombre de spires}$$

$$v(t) = N \frac{d\Phi}{di} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad L = N \frac{d\Phi}{di};$$

L : auto-induction (inductance) de la bobine.

**II.9.2. Inductance mutuelle :**

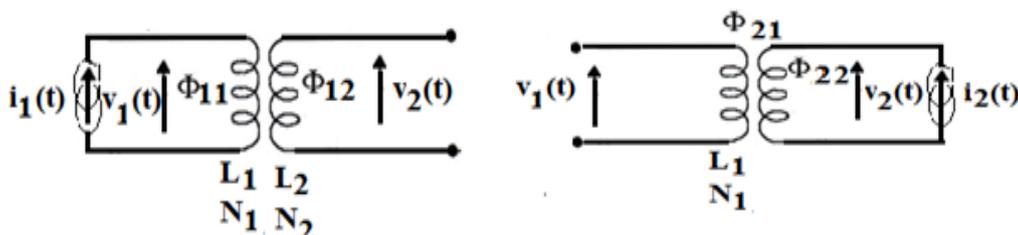


Figure. II.19-b. Circuit montant l'inductance mutuelle. [2,9]

$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12}$  est le flux engendré par la bobine 1

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_1}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \Rightarrow L_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{di_1};$$

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \Rightarrow M_{21} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1};$$

$\varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{22}$  est le flux engendré par la bobine 2

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_2}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \Rightarrow L_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{di_2};$$

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow M_{12} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2};$$

On peut montrer que  $M_{12} = M_{21} = M$  = l'inductance mutuelle des deux bobines, exprimés en

Henry. Alors :  $M = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2}$

### II.9.3. Polarités des tensions mutuelles :

Pour l'auto-induction, la polarité de la tension est déterminée par le sens du courant :

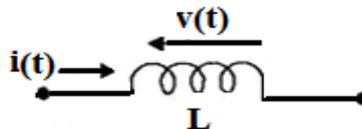


Figure. II.20-a. Polarité des tensions mutuelles pour une bobine non couplée. [2,9]

Mais pour les bobines couplées, les polarités des tensions mutuelles sont déterminées par la convention des points de repère marqués sur les bobines.

La convention est :

- Un courant  $i$  entrant par une borne marquée/non marquée d'un bobinage induit une tension  $M \frac{di}{dt}$  avec une polarité positive à la borne marquée/non marquée de l'autre bobinage.

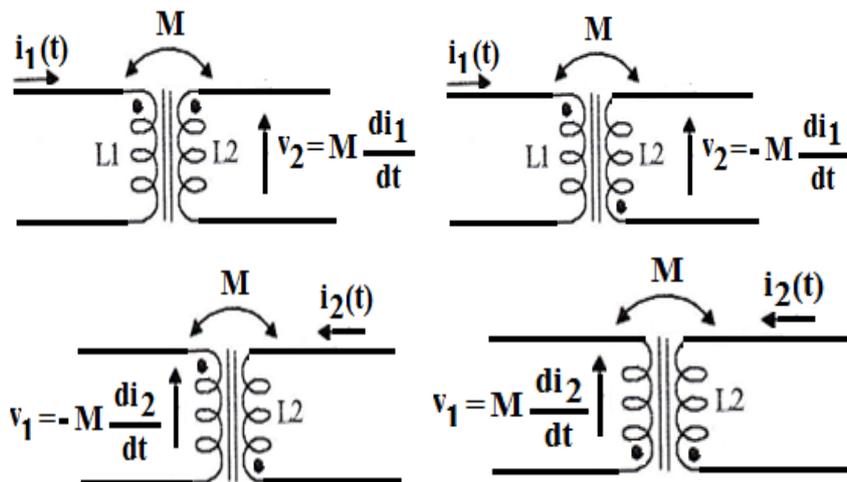


Figure. II.20-b. Polarité des tensions mutuelles pour les bobines couplées pour différents repères marqués. [2,9]

**II.9.4. Exemples d'association des bobines :**

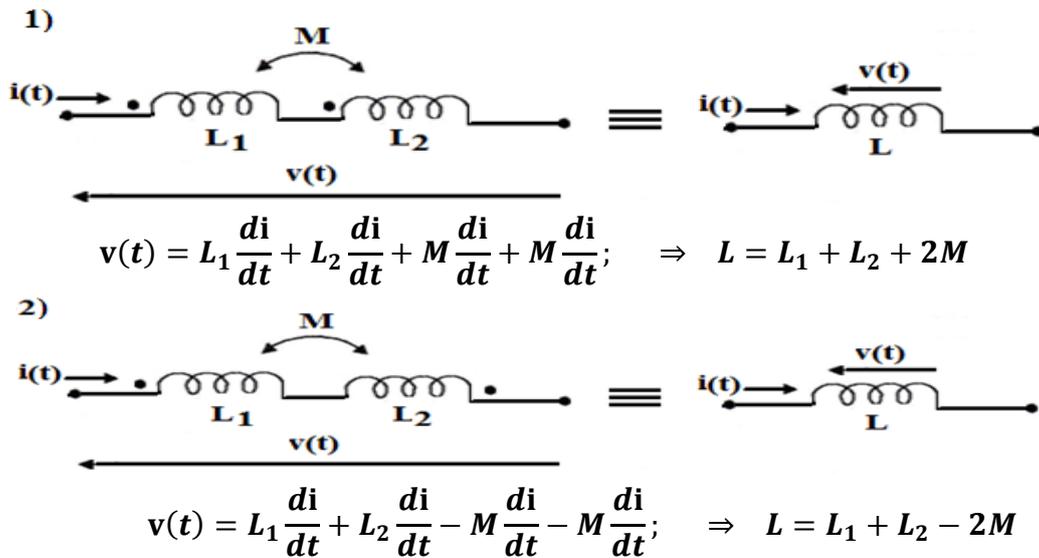


Figure. II.20-c. Principe d'association des bobines couplées. [2,9]

**II.9.5. Coefficient de couplage :**

Il indique le degré de couplage magnétique des deux bobines :

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad ; 0 \leq K \leq 1$$

- $K < 0.5$  : les deux bobines sont **faiblement couplées**.
- $K > 0.5$  : les deux bobines sont **fortement couplées**.

**II.10. Exemple d'application : Transformateurs:**

Le transformateur est une application courante de l'inductance mutuelle.

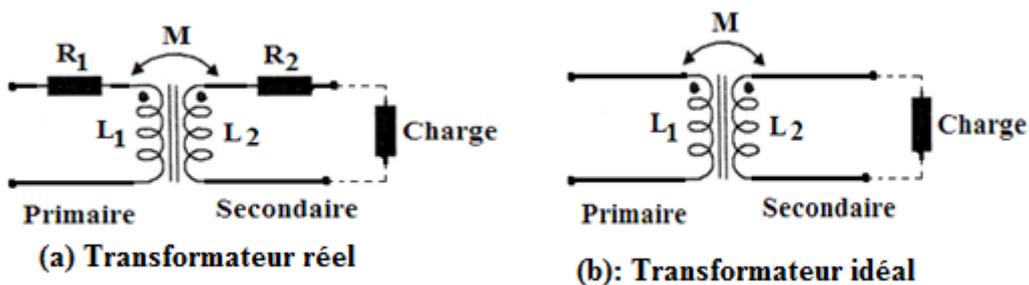


Figure. II.21. Schéma de structure d'un transformateur. [2,9]

a) Détermination des schémas équivalents d'un T.I :

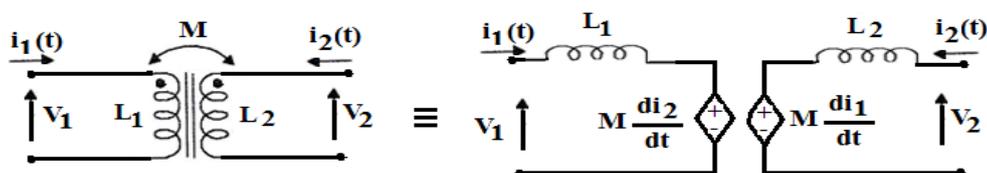
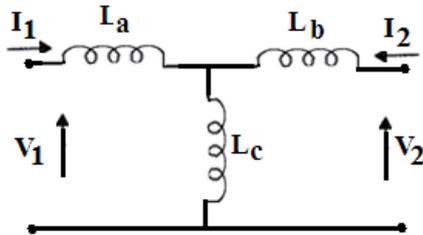


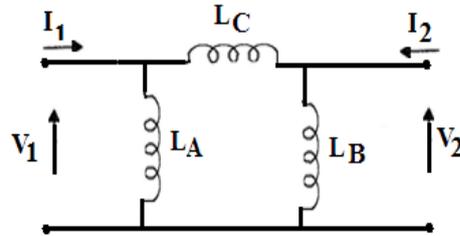
Figure. II.22. Schéma équivalent d'un transformateur idéal. [2,9]

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ V_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = jL_1\omega I_1 + jM\omega I_2 \quad (1) \\ V_2 = jM\omega I_1 + jL_2\omega I_2 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jL_1\omega & jM\omega \\ jM\omega & jL_2\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

**Schéma équivalent en T :**



**Schéma équivalent en π :**



$$L_a = L_1 - M; \quad L_b = L_2 - M; \quad L_c = ML_A = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}; \quad L_B = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M};$$

$$L_C = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M}$$

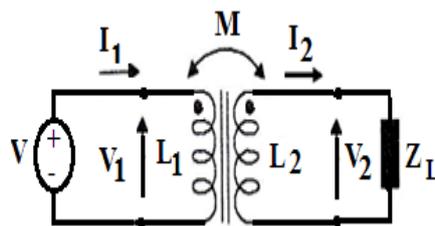
$$(1) \Rightarrow I_1 = \frac{V_1 - jM\omega I_2}{jL_1\omega} \quad \text{dans (2)} \Rightarrow V_2 = jL_2\omega I_2 + \frac{MV_1}{L_1} - \frac{jM^2\omega}{L_1} I_2$$

**Transformateur idéal:**  $\Rightarrow K = 1 = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} V_1 = nV_1$

- Le rapport des nombres de spires (**rapport de transformation**) :

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (\text{conservation de puissance : } V_1 I_1 = V_2 I_2)$$

- L'impédance d'entrée :

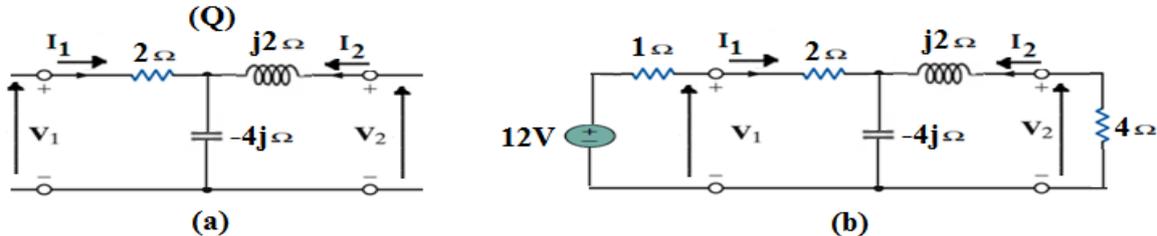


$$Z_e = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{nI_1} = \frac{V_2}{n^2 I_2} = \frac{Z_L}{n^2}$$

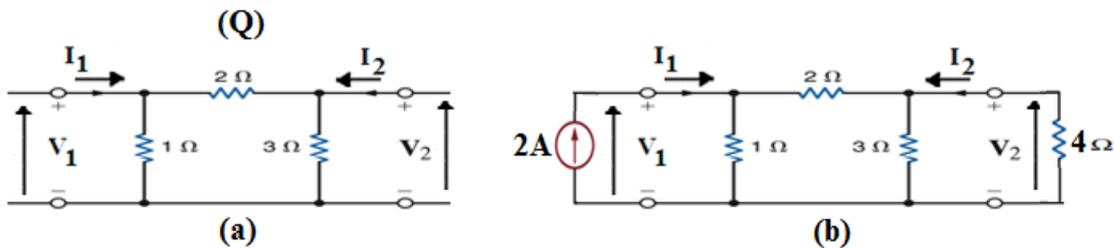
*Bonne compréhension*

Série 02 : Quadripôles Passifs

**Exercice 01 :** Trouver les paramètres impédances du quadripôle Q et calculer le courant  $I_2$  qui traverse  $R=4\Omega$ . Donner son schéma équivalent.



**Exercice 02 :** En utilisant l'analyse nodale, trouver les paramètres admittances du quadripôle Q et calculer le courant qui traverse la résistance  $R=4\Omega$ . Donner son schéma équivalent.

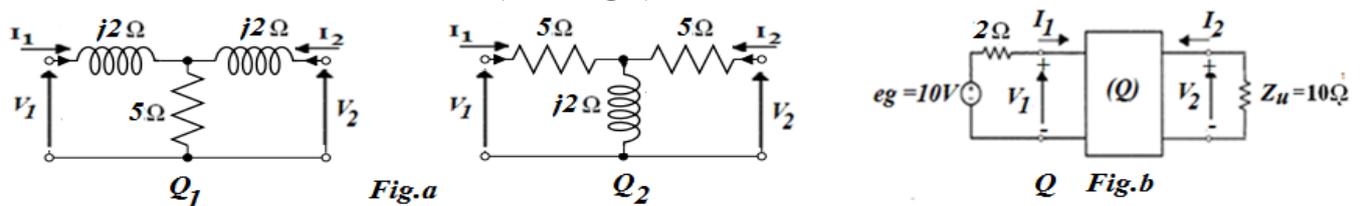


**Exercice 03 (Rattrapage 2016/2017)**

Soit les deux quadripôles en T,  $Q_1$  et  $Q_2$  représentés par les circuits ci-dessous Fig.a. :

1. Trouver les matrices impédances  $[Z]_1$  et  $[Z]_2$  des deux quadripôles. Déduire le type de chacun.
2. Trouver la matrice impédance  $[Z]$  de Q équivalent à ( $Q_1$  et  $Q_2$ ) placés en série.

Le quadripôle Q équivalent est connecté à une source ( $e_g=10V$ ,  $2\Omega$ ) branchée à l'entrée et une résistance  $Z_u$  de  $10\Omega$  en sortie (Voir Fig.b).

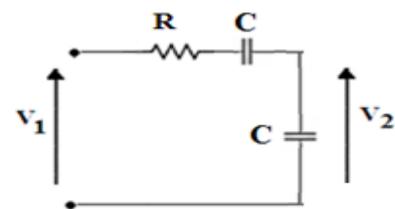


3. Déterminer le gain en courant  $A_i = \frac{I_2}{I_1}$  et le gain en tension  $A_v = \frac{V_2}{V_1}$  ;

**Exercice 4**

Soit le filtre présenté par la figure suivante :

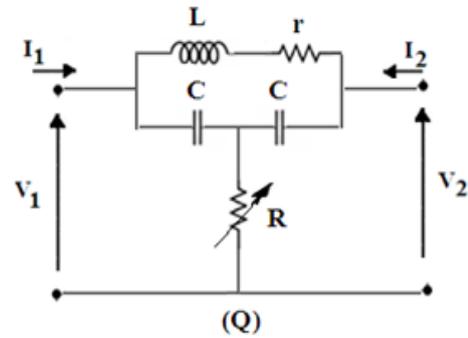
1. Trouver sa fonction de transfert.
2. Étudier son comportement en basse fréquence.



A suivre

**Exercice 5 (Homework) :**

- A) Etant donné le quadripôle Q de la figure ci-contre.
- 1) Montrer que ce quadripôle est l'association de deux quadripôles ( $Q_1$ ) et ( $Q_2$ ) en parallèle.
  - 2) Déterminer leurs matrices admittances.
  - 3) Lequel de deux quadripôles est symétrique justifier votre réponse.



- B) En fait le quadripôle (Q) est un filtre passif.
- 1) Déterminer à partir de 1) sa fonction de transfert  $H(j\omega)$ .
  - 2) Pour quelles valeurs  $R_0$  de R et  $\omega_0$  de  $\omega$   $|H(j\omega_0)|=0$ .
  - 3) Représenter l'allure de  $|H(j\omega)|$  en fonction de  $\omega$ .
  - 4) Déterminer le type de filtre.
- A.N :  $L=250\text{mH}$ ,  $C=2\mu\text{F}$  et  $r=10\Omega$ .

**Bonne Compréhension**

### V.1.Définitions:

Un amplificateur opérationnel (AOP) est un circuit intégré dont la fonction de base est l'amplification. Il est en outre "opérationnel" en ce sens qu'il permet de réaliser des fonctions de type "arithmétique" (inversion, addition, soustraction...). C'est un système amplificateur différentiel. Amplificateur et différentiel car il simplifie la différence des tensions appliquées sur ses deux entrées, souvent notées  $e+$  (entrée dite "non inverseuse") et  $e-$  (entrée dite "inverseuse"). Le facteur d'amplification est appelé le gain.

L'amplificateur opérationnel est un composant électronique qui résulte de l'intégration de plusieurs étages amplificateur dans un même boîtier. Il comporte généralement deux entrées, appelées respectivement entrée inverseuse (-) et non inverseuse (+), et une seule sortie. L'amplificateur opérationnel permet d'amplifier la différence de potentiel entre les deux entrées.

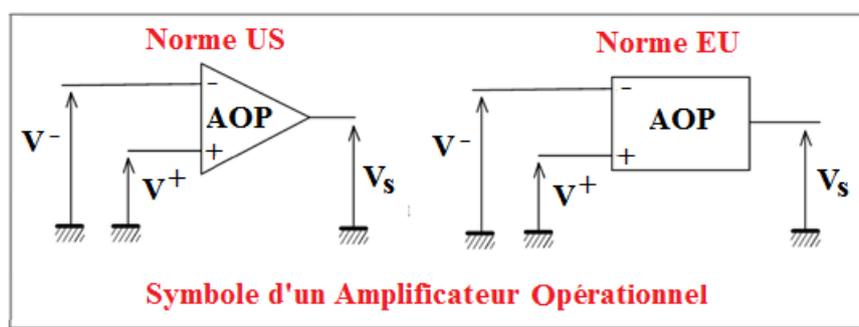


Figure. V.1. Structure, symbole d'un Amplificateur opérationnel [4,8]

Du point de vue fonctionnel, la tension est proportionnelle à la différence de potentiel qui existe entre les deux bornes d'entrée, ce qui s'exprime par l'équation suivante :

$$V_s = A_d(V^+ - V^-)$$

Avec  $A_d$  : amplification différentielle.

#### Notebook :

- Si l'une des entrées sert de référence de potentiel, la sortie est en phase.
- Le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel impose une **alimentation symétrique** deux sources de tension  $+V_{cc}$  et  $-V_{cc}$ , qu'on ne représente pas sur les schémas).
- On appelle tension différentielle (qu'on note  $e$ ), la ddp entre l'entrée  $V^+$  et  $V^-$   
 $e = V^+ - V^-$

### V.2. Principe et mode de fonctionnement d'un Amplificateur opérationnel :

L'amplificateur opérationnel (Amplificateur idéal) est constitué de trois étages:

- 1<sup>er</sup> étage a une structure différentielle chargé d'amplifier une différence de potentiel entre deux entrées ( $V^+$  et  $V^-$ ), c'est-à-dire qu'il délivre en sortie une grandeur proportionnelle à la différence des potentiels.
- 2<sup>ème</sup> étage amplifie et adapte en impédance la grandeur fournie par le premier étage et impose une tension  $V_s$  nulle lorsque l'écart ( $V^+ - V^-$ ) est nul.
- 3<sup>ème</sup> étage de sortie permet de fournir  $V_s$  avec une impédance de sortie faible.

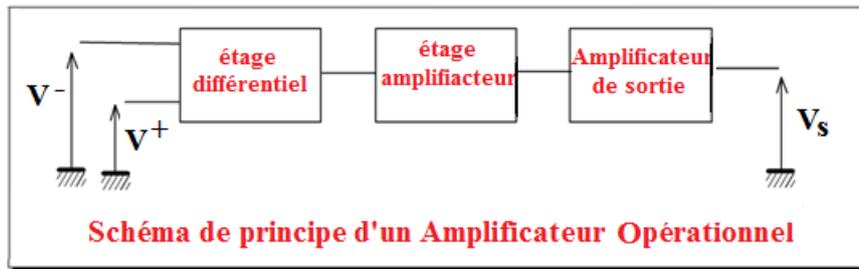


Figure. V.2. Schéma et constituants d'un Amplificateur opérationnel [4,8]

**L'AOP a deux modes de fonctionnement :**

- a. **Mode ou régime linéaire** : on a forcément une contre-réaction négative (liaison par composant ou un simple fil entre la sortie S et l'entrée  $V^-$  de l'AOP), dans ce cas la tension  $e$  sera négligée.

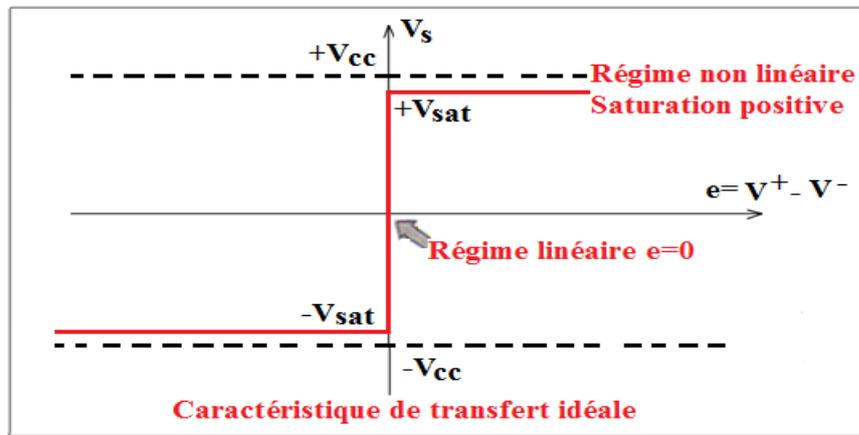


Figure. V.3.1. Caractéristique de transfert d'un Amplificateur opérationnel [4,8]

- b. **Mode ou régime non linéaire** : il y a pas de contre réaction négative, dans ce cas l'AOP fonctionne en saturation. La sortie ne peut prendre que deux valeurs :  $+V_{sat}$  ou  $-V_{sat}$ , la tension  $e$  ne peut être négligée.

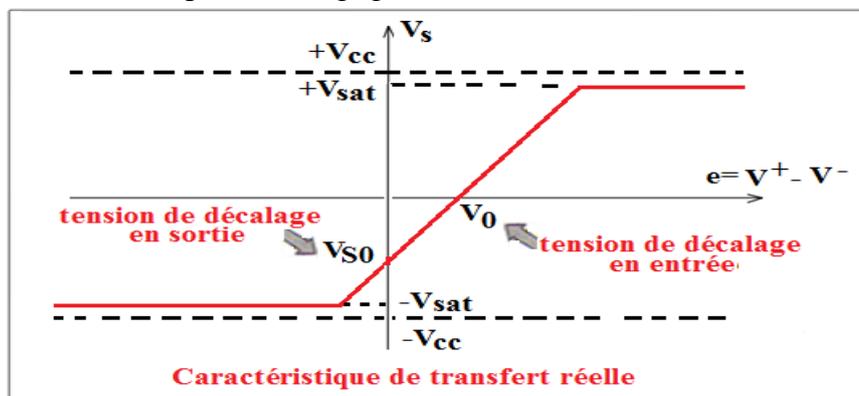


Figure. V.3.2. Caractéristique de transfert d'un Amplificateur opérationnel [4,8]

**Les imperfections de l'AOP :**

a) Tension de décalage (tension d'offset) : Quand la tension différentielle est nulle la tension de sortie ne l'est pas, ce qui fait que l'AOP présente une tension de décalage en sortie en absence de tout signal à l'entrée.

b) **Le slew rate (SR):**

La pente en valeur absolue de  $dV_s/dt$ , qui informe sur la vitesse d'évolution de la tension du signal de sortie  $V_s$  de l'AOP, est limitée par une valeur maximale: ce slew rate caractérise la rapidité de réponse de l'AOP et s'exprime en  $V/\mu s$  ( pour l'AOP TL081  $SR = 13 V/\mu s$ ).

Donc pour augmenter la rapidité de réponse de l'AOP, il faut réduire l'amplitude des tensions d'entrées.

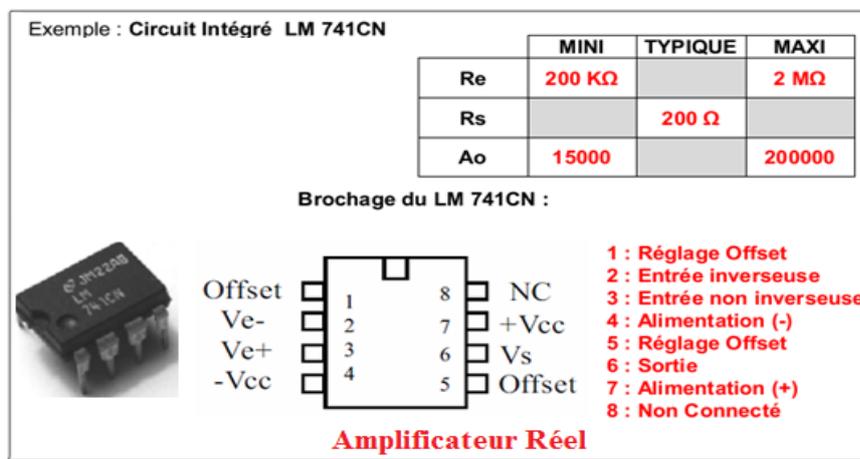


Figure. V.3.3. Référence, boîtier d'un Amplificateur opérationnel réel [4,8]

**V.3. Caractéristiques d'un Amplificateur opérationnel :**

- $V^-$  : tension entre l'entrée inverseuse et le potentiel de référence ;
- $V^+$  : tension entre l'entrée positive et le potentiel de référence ;
- $\epsilon$  ou  $e$  : Tension d'entrée différentielle ( $V^+ - V^-$ ) :  $e = (V^+ - V^-)$ .

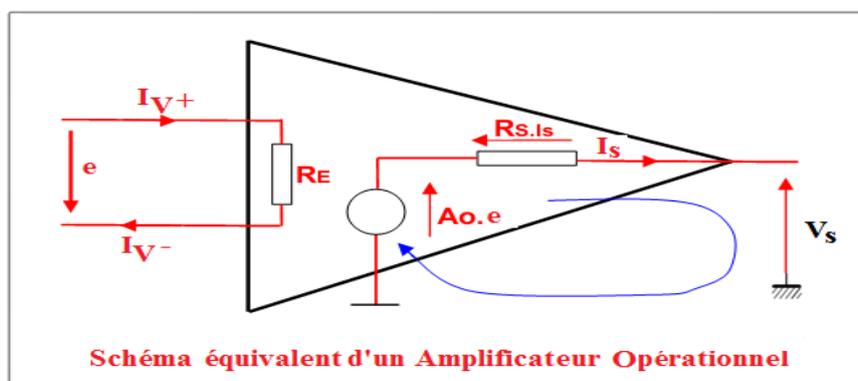


Figure. V.4. Schéma équivalent d'un Amplificateur opérationnel réel [4,8]

On a :

$$A_o \cdot e - R_S I_S - V_S = 0 \Rightarrow V_S = A_o e - R_S I_S \quad (V-1)$$

Les caractéristiques d'un AOP dit idéal sont :

- $R_E$  : résistance d'entrée de l'AOP  $\approx \infty$ , donc  $I_{V^+} = I_{V^-} \approx 0$  ;

Donc on admet :

$$e = R_E I_e \approx 0 \quad (V-2)$$

Son impédance d'entrée est très élevée de (1M $\Omega$ ) :

$$\Rightarrow Z_{in} = R_E = \frac{(V^+ - V^-)}{I^+} \quad (V-3)$$

$R_S$  : résistance de sortie de l'AOP  $\approx 0$ , donc

$$R_S I_S \approx 0 \quad (V-4)$$

- Son impédance de sortie  $R_S$  ( $Z_{out}$ ) est très faible (au maximum quelques K $\Omega$ )

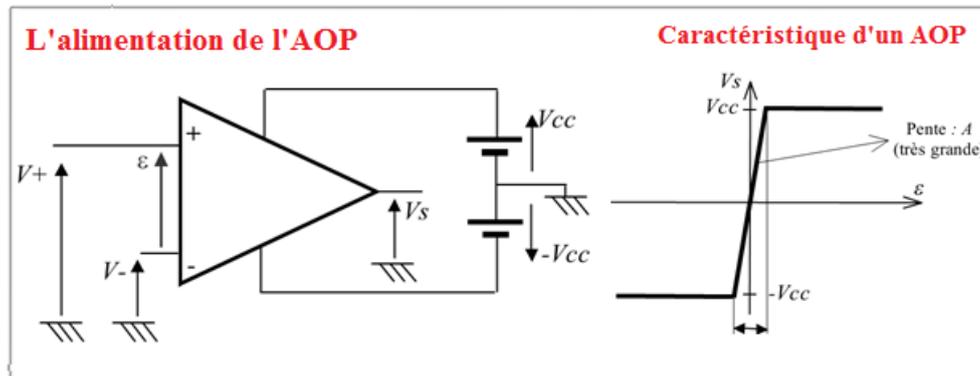
Donc on admet :

$$V_S = A_o \cdot e \Rightarrow A_o = \frac{V_S}{e} = \frac{V_S}{(V^+ - V^-)} \quad (V-5)$$

Où  $A_0$  : gain en boucle ouverte de l'AOP, on l'admet  $\approx \infty$

**Donc on conclut :**

- Gain en tension différentiel infini :  $A_o = \infty$
- Impédance d'entrée infinie  $Z_E = \infty$  ;
- Impédance de sortie nulle  $Z_S = 0$  ;
- Une bande Passante infinie  $BP = \infty$  ;
- Branchement des alimentations doit prendre des valeurs positives et négatives donc L'AO doit être alimenté par des tensions positives et négatives.



**Figure. V.5.1.** Bornes, caractéristique d'un Amplificateur opérationnel réel [4,8]

**Tableau.V.1. Comparaison entre AOP idéal et AOP réel [4,8]**

Constituant d'un AOP	AO Réel	AOP Idéal
Amplification en boucle ouverte	$A_0 = 20 \cdot 10^4$ à $20 \cdot 10^6$	Infini
Impédance d'entrée	$Z_{in} = 1M\Omega$ à $20 M\Omega$	infinie
Impédance de sortie	$Z_{out} = 10\Omega$	$0\Omega$
Slew rate	$0.5V/\mu S$ à $100V/\mu S$	infini

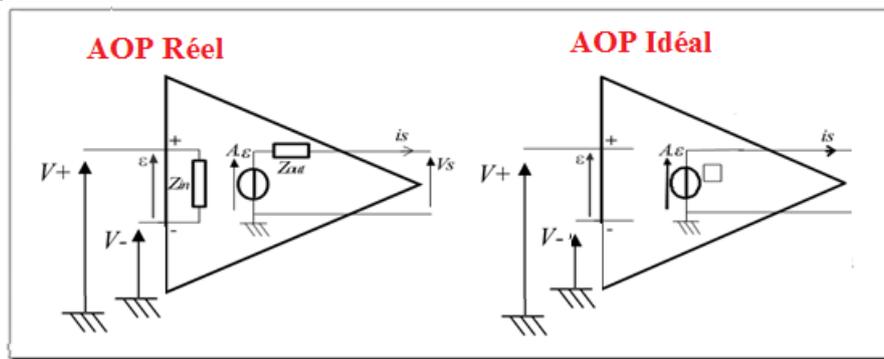


Figure. V.5.2. Schéma équivalent d'un AOP idéal et AOP réel [4,8]

Idéalement, on considère que :

- \* **Gain en tension (A) infini**  $V_S = A \cdot (V^+ - V^-)$ .
- \* **Impédance d'entrée infinie**, ce qui entraîne que les courants d'entrée sont nuls
- \* **Impédance de sortie nulle**, ce qui conduit à considérer la sortie comme une source de tension indépendante du courant  $i_s$ .

#### IV.4. Principe de la contre-réaction :

On vient de le voir, le gain de l'AOP diminue quand la fréquence augmente. Si on désire augmenter la bande passante, il faut donc (hélas) réduire le gain. C'est donnant-donnant.

On y parvient grâce à la technique de la contre-réaction, qui consiste à réinjecter une fraction de la tension de sortie  $V_{out}$  sur l'entrée inverseuse  $e^-$ , comme le montre la figure ci-dessous. On a alors un retour du signal en opposition de phase par rapport au signal d'entrée. Le signal de sortie viendra se soustraire au signal d'entrée de manière à faire travailler l'amplificateur dans sa partie linéaire. En faisant varier le ratio de la tension réinjectée par rapport à la tension de sortie, on peut aisément contrôler le gain de l'AOP. Lorsqu'on utilise un AOP avec une contre-réaction, on dit qu'il fonctionne en boucle fermée.

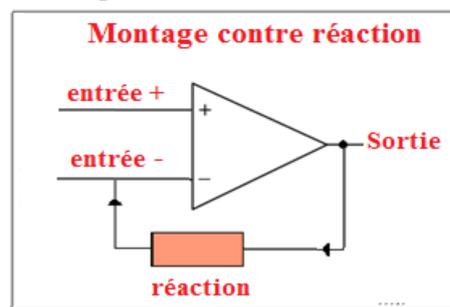


Figure. V.6. Montage illustrant la contre réaction [8]

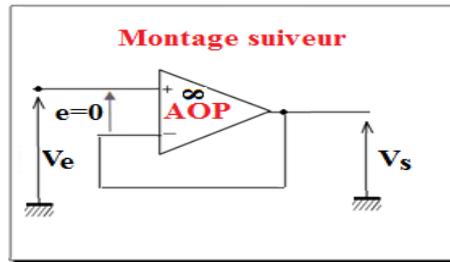
#### V.5. Montages de base de l'amplificateur opérationnel en régime linéaire :

En régime linéaire (il y a présence d'une contre-réaction négative).

Amplificateur opérationnel (idéal) : on supposera que :

$$i^+ = i^- = 0 \text{ et } e = 0 \Rightarrow V^+ = V^- \quad (V-6)$$

**V.5.1. Montage suiveur :**



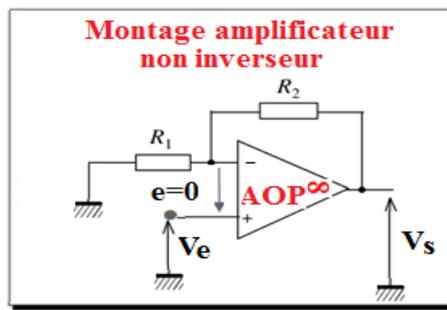
**Figure. V.7.1.** Montage suiveur [4,8]

La tension différentielle  $e = 0$  en appliquant la loi des mailles on peut écrire :

$$V_e - e - V_s = 0 \Rightarrow V_s = V_e - e \Rightarrow V_e = V_s \quad (V-7)$$

L'intérêt de ce montage réside dans sa résistance d'entrée infinie et sa résistance de sortie nulle, on l'utilise souvent pour adapter deux étages.

**V.5.2. Montage non inverseur :**



**Figure. V.7.2.** Montage amplificateur non inverseur [4,8]

**On a bien une contre réaction négative AOP idéal :  $\Rightarrow e = 0 \Rightarrow$**

$$V_e = V^+ = V^- = V_{R1} \quad (V-8)$$

En appliquant le principe de diviseur de tension on a :

$$V_e = V_{R1} = V_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_s = V_e \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (V-9)$$

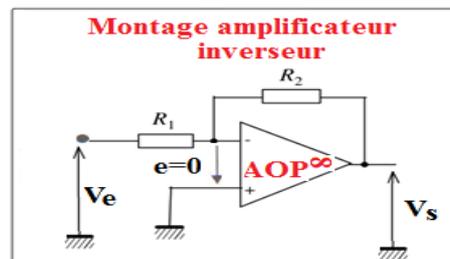
**Remarques :**

$$\triangleright \text{Si } \frac{R_2}{R_1} \gg 1 \Rightarrow A_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad V_s = V_e \frac{R_2}{R_1} \quad (V-10)$$

$$\triangleright \text{Si } R_2 = R_1 \Rightarrow A_v = 1 \quad \text{donc} \quad V_s = V_e \quad (V-11)$$

C'est un montage suiveur de tension : son rôle est d'adapter les impédances.

**V.5.3. Montage inverseur :**



**Figure. V.7.3.** Montage amplificateur inverseur [4,8]

On a bien une contre réaction négative (AOP idéal)  $\implies e = 0$  En appliquant le théorème de Millman on a :

$$V^- = \frac{\frac{V_e + V_s}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \implies V_s = -V_e \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (V-12)$$

Ou bien :  $V_e = R_1 I$  car le potentiel  $V^- = e + V^+$  avec  $e = 0$  et  $V^+ = 0 \implies V^- = 0V$

De même on  $V_s = -R_2 I$  car le potentiel  $i^- = 0 \implies \frac{V_s}{V_e} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$$\implies V_s = -V_e \left(\frac{R_2}{R_1}\right) = A_v(-V_e) \quad (V-13)$$

Donc on conclut que le signal de sortie est donc au gain près l'inverse du signal d'entrée.

#### V.5.4. Montage amplificateur soustracteur :

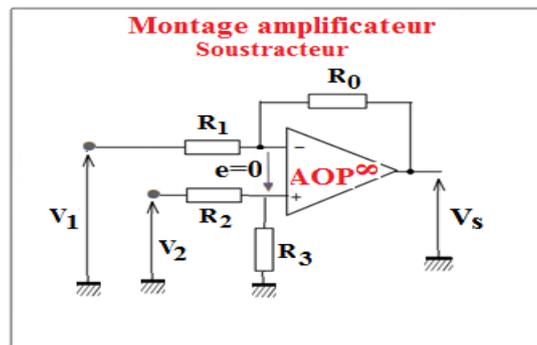


Figure. V.7.4. Montage amplificateur soustracteur [4,8]

On a bien une contre réaction négative (AOP idéal)  $\implies e = 0$

le potentiel  $V^- = e + V^+$  avec  $e = 0$  donc  $V^+ = V^- = V_{R3} = \frac{V_2 R_3}{(R_2 + R_3)}$

en appliquant le principe de diviseur de tension on a :

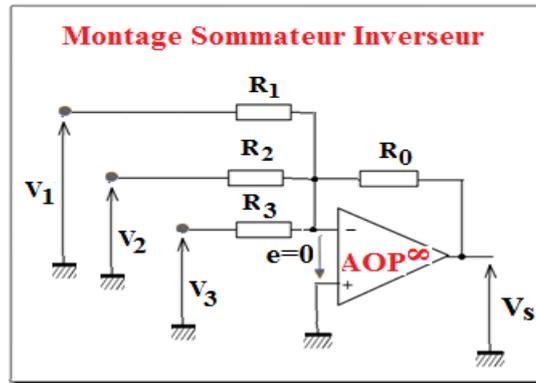
$$\implies V_{R3} = \frac{V_2 R_3}{(R_2 + R_3)} \quad (V-14)$$

$$V^- = \frac{\frac{V_1 + V_s}{R_1 + R_0}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0}\right)} = V_2 \frac{R_3}{(R_2 + R_3)} \quad (V-15)$$

Si  $R_1 = R_2$  et  $R_0 = R_3$  on a :

$$\implies V_s = (V_2 - V_1) \left(\frac{R_0}{R_1}\right) \quad (V-16)$$

**V.5.5. Montage sommateur inverseur :**



**Figure. V.7.5.** Montage amplificateur sommateur inverseur [4,8]

On a bien une contre réaction négative (AOP idéal)  $\implies e = 0$   
 le potentiel  $V^- = e + V^+$  avec  $e = 0$  donc  $V^+ = V^- = 0$

$$V^- = \frac{\frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_s}{R_1 + R_2 + R_3 + R_0}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_0}\right)} = 0 \implies V_s = -R_0 \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right) \quad (V-17)$$

Et si on prend  $R_0 = R_1 = R_2 = R_3$  on a :

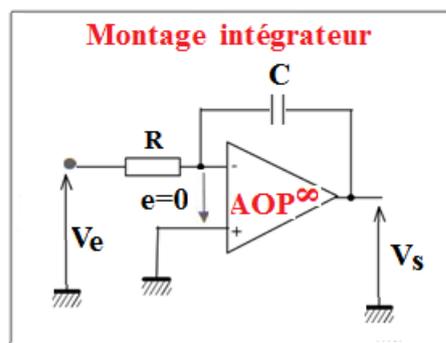
$$\implies V_s = -(V_1 + V_2 + V_3) \quad (V-18)$$

On peut éliminer le signe - en ajoutant un étage inverseur à la sortie de l'amplificateur sommateur.

**V.6. Autres montages :**

On a deux autres montages de base : le montage intégrateur et dérivateur, ces circuits agissent sur le spectre des signaux, Car leur réponse ne sera pas la même selon la fréquence des signaux.

**V.6.1. Montage intégrateur**



**Figure. V.8.1.** Montage amplificateur integrateur [4,8]

On a bien une contre réaction négative (AOP idéal)  $\implies e = 0$   
 le potentiel  $V^- = e + V^+$  avec  $e = 0$  et  $V^+ = 0 \implies V^- = 0V$   
 De même on a :  $i^+ = i^- = 0A$

Ce qui fait que la résistance et le condensateur C sont parcourus par le même courant i.

**En régime variable :** on a  $V_e(t) = R * i(t)$  et  $i(t) = -C \frac{dV_s}{dt} \Rightarrow V_e(t) = -RC \frac{dV_s}{dt}$   

$$\Rightarrow \frac{dV_s}{dt} = -\frac{1}{RC} V_e(t)$$

On constate que le condensateur est alimenté par le courant  $i$  indépendant de  $C$ , le circuit réalise une intégration parfaite.

$$\Rightarrow V_s = -\frac{1}{RC} \int V_e(t) dt = -\frac{1}{RC} \int V_e(t) dt + V_s(0)$$

**En régime sinusoïdal:** On utilise la notation complexe, on a :

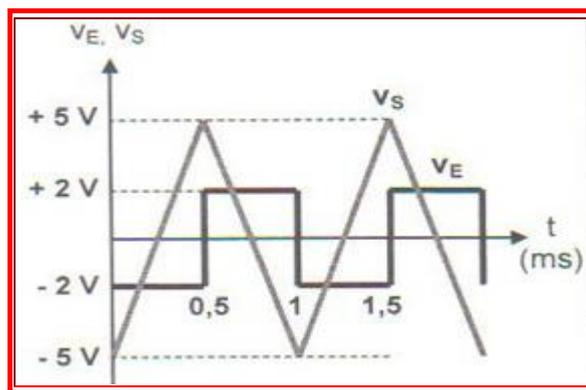
$$\underline{V_s} = -\underline{V_e} \frac{Z_c}{R} = -\underline{V_e} \frac{1}{jRC\omega} \text{ avec } Z_c = \frac{1}{jC\omega}$$

Finalement on a :

$$\underline{V_s} = -\underline{V_e} \frac{1}{jRC\omega} \tag{V-19}$$

**Exemple 1:** Soit une tension carrée d'amplitude 2V et de fréquence  $f=1$  kHz, avec  $R = 10$  kΩ et  $C = 10$  nF, on prend  $V_s(0) = -5V$ .

$f = 1$  kHz donc la période du signal est  $T = 1/f = 1/1000 = 1$  ms.  $\Rightarrow R.C=10^{-4}$ s



**Figure. V.8.2.** Signaux d'entrée et de sortie [4,8]

**Pour  $0 < t < 0.5$ ms on a :**

$$V_e(t) = -2V \Rightarrow V_s(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t) dt + V_s(0)$$

$$\Rightarrow V_s(t) = -\frac{1}{10^{-4}} \int_0^t -2 dt + (-5) = 20000t - 5 \Rightarrow V_s(t) = 20000t - 5$$

**Pour  $0.5$  ms <  $t$  <  $1$  ms on a :**

$$V_e(t) = +2V \Rightarrow V_s(t) = -\frac{1}{10^{-4}} \int_0^t -2 dt = -20000t + K$$

A  $t = 0,5$  ms :

$$V_s(t) = +5V \Rightarrow V_s(0.0005) = -20000 * 0.0005 + K = -10 + K$$

Lorsque  $0 < t < 0.5$ ms ceci par continuité de  $V_s(t)$  au point  $t = 0,0005$  S.

Pour  $0 < t < 0.5\text{ms}$  on a :  $V_s(0.0005) = -20000 * 0.0005 - 5 = 10 - 5 = 5V \Rightarrow K = 15V$

Finalemment on a :  $V_s(t) = -20000t + 15$

### V.6.2. Montage dérivateur

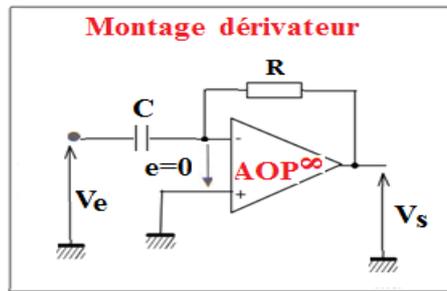
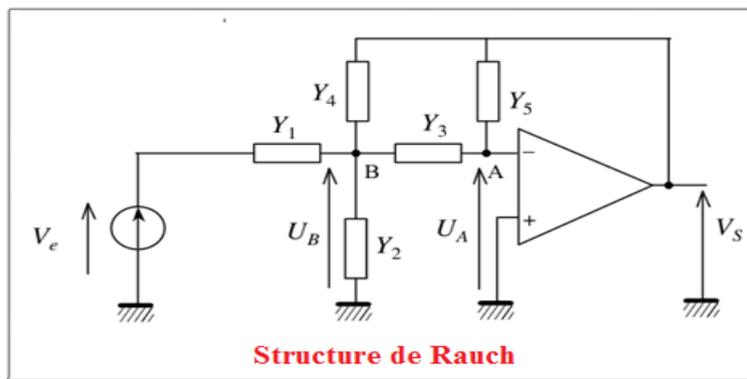


Figure. V.8.3. Montage amplificateur dérivateur [4,8]

Nous procédons de la même façon que le montage intégrateur on aura :

$$V_s = -RC \frac{dV_e}{dt} \quad (V-20)$$

**Exemple d'application1:** circuit à réactions multiples (structure de Rauch) :



En appliquant le théorème de Millman au nœud B, on aura :

$$V_B = \frac{V_e Y_1 + V_s Y_4 + V_A Y_3 + 0 * Y_2}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)} \quad \text{equ. 1.}$$

$$\text{On a : } V_A = 0 = \frac{V_s Y_5 + V_B Y_3}{(Y_2 + Y_5)} \Rightarrow V_B = -\frac{V_s Y_5}{(Y_3)} \quad \text{equ. 2.}$$

$$\text{equ. 2. dans equ. 1} \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Exemple d'application2 :

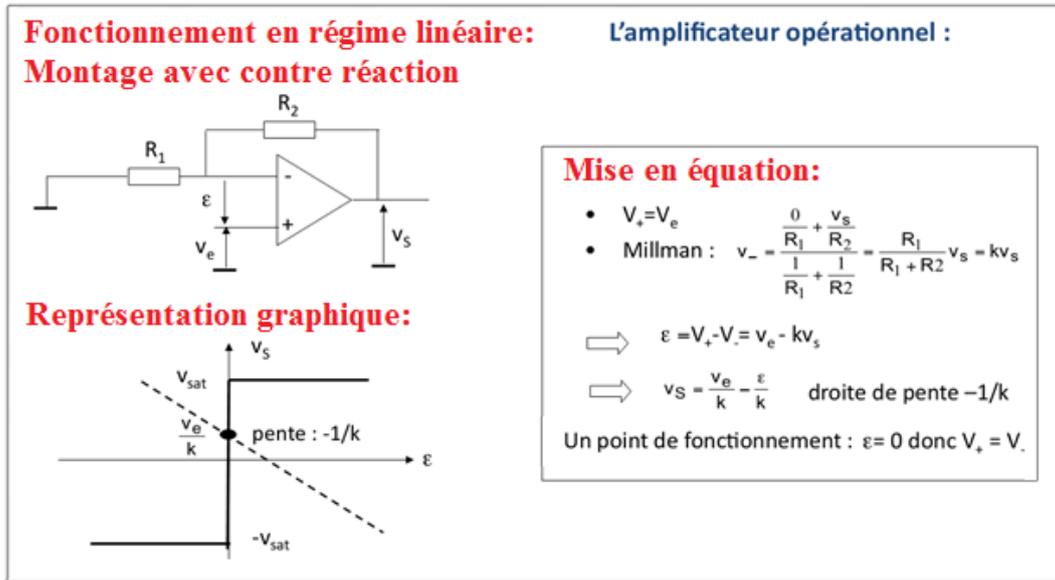


Figure. V.9.1. Mode de fonctionnement en régime linéaire d'un AOP [4,8]

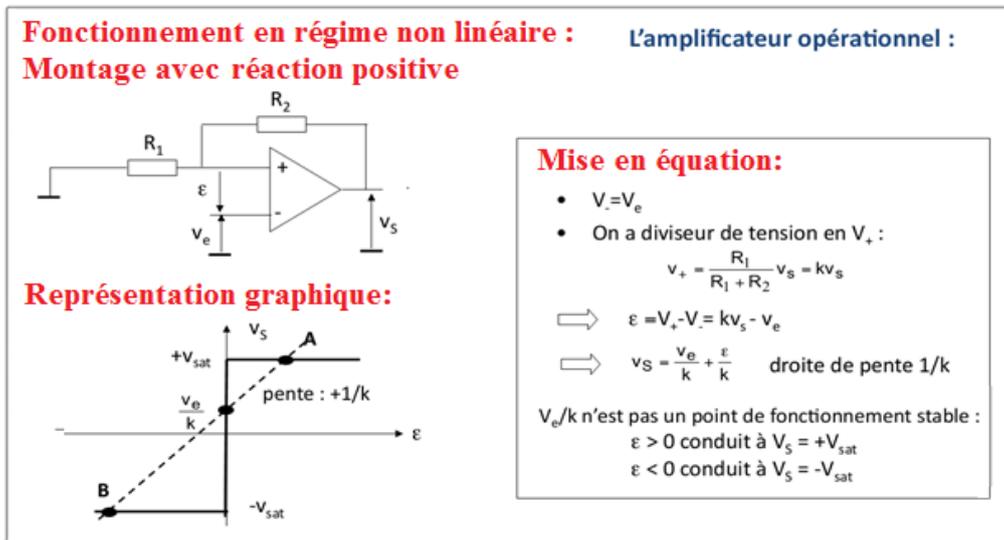
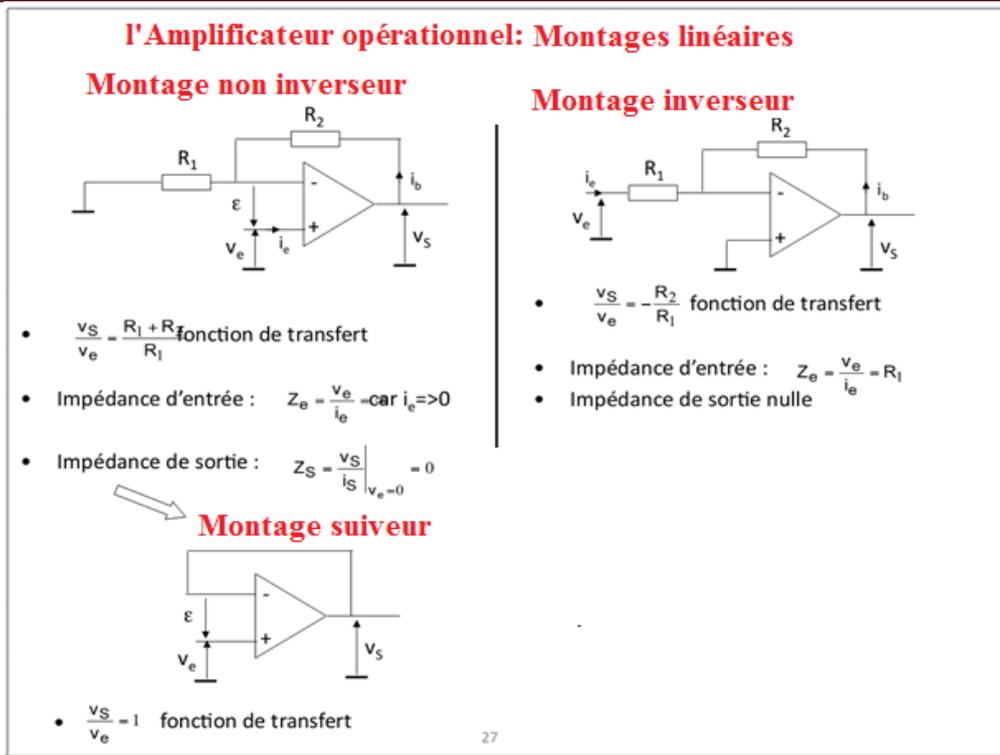
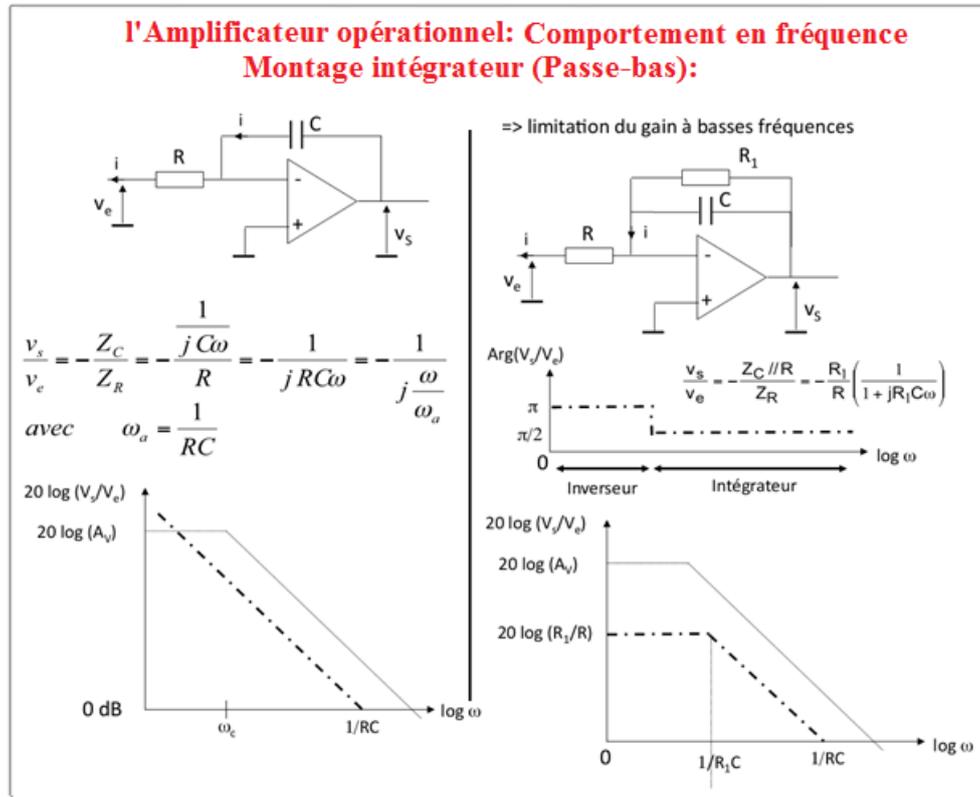


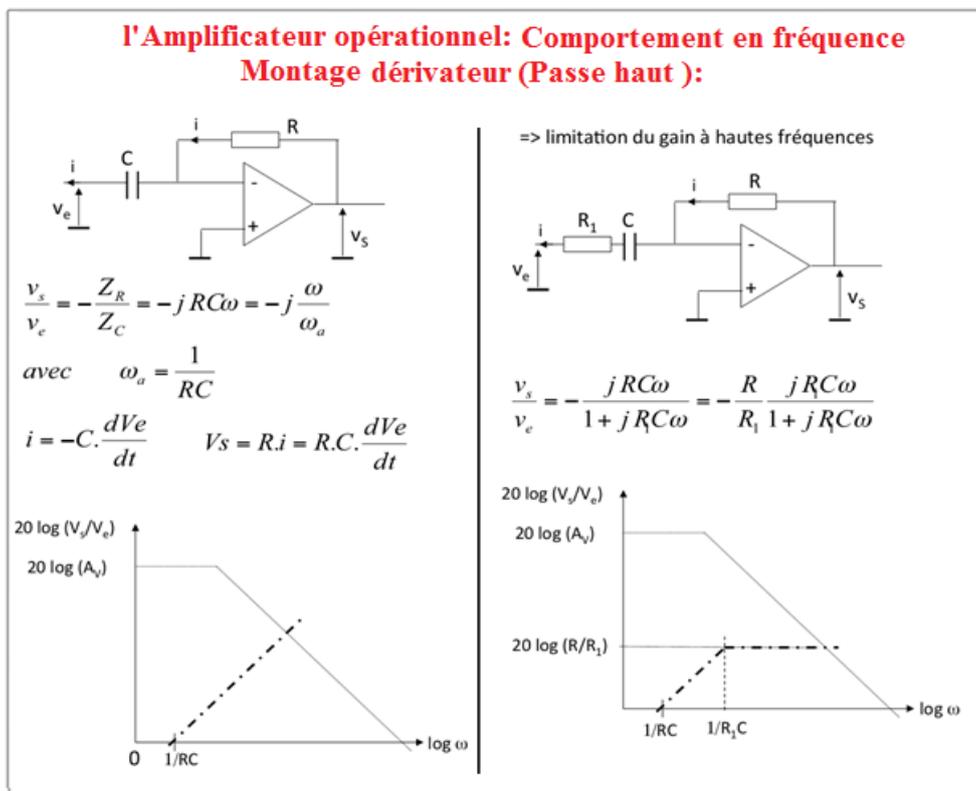
Figure. V.9.2. Mode de fonctionnement en régime non linéaire d'un AOP [4,8]



**Figure. V.9.3.** Mode de fonctionnement en régime linéaire d'un AOP (inverseur et non inverseur) [4,8]



**Figure. V.9.4.** Comportement en fréquence d'un AOP intégrateur [4,8]

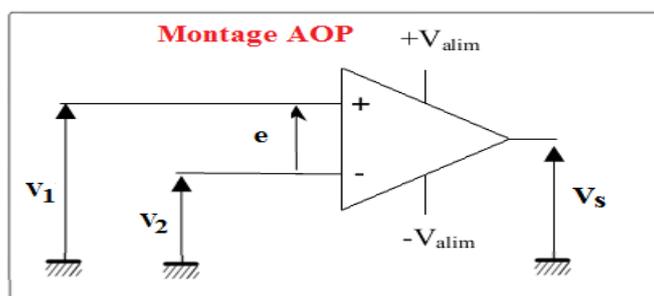


**Figure. V.9.5.** Comportement en fréquence d'un AOP dérivateur [4,8]

### V.7. Etude des caractéristiques d'un AOP :

#### V.7.1. Gain de mode commun :

Soient  $V_1$  et  $V_2$  deux générateurs de tension, appliqués en l'entrée de l'amplificateur opérationnel.



**Figure. V.10.** Structure d'un AOP [4,8]

On définit  $e$ , tension différentielle d'entrée du système par la relation :

$$\text{le potentiel } e = V^+ - V^- = V_1 - V_2$$

On peut définir aussi  $V_{MC}$ , tension de mode commun du système par la relation :

$$V_{MC} = \frac{V_1 + V_2}{2} \tag{V-21}$$

La tension de sortie  $V_s$  varie selon l'équation :

$$V_s = G \left( e + \frac{1}{\tau} V_{MC} \right) \tag{V-22}$$

Où :

$\tau$  : est le Taux de Réjection de la tension de Mode commun (Common Mode Rejection Rate) afin de s'affranchir de la composante de  $V_S$  due à  $V_{MC}$ :

- En tant qu'utilisateur d'amplificateur opérationnel, on choisira l'AOP présentant un  $\tau$  Infini.
- En tant que concepteur d'amplificateur opérationnel, on veillera à obtenir un  $\tau$  le plus grand possible (symétrie et générateur de courant à forte résistance de sortie ...).

Sous cette condition, on pourra écrire :

$$V_S(f) = G(f) \cdot e(f) \quad \text{Avec } G(f) \text{ également appelée Transmittance complexe.}$$

### V.7.2. Impédance différentiel d'entrée d'un AOP :

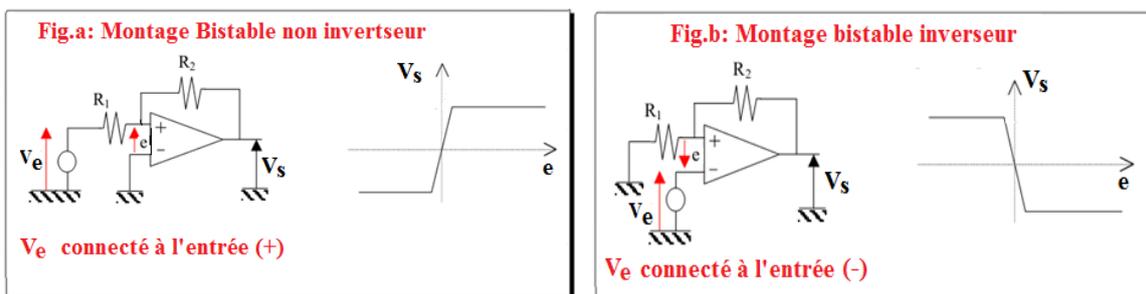
L'impédance différentielle d'entrée est une impédance équivalente reliant les deux entrées  $e_1(+)$  et  $e_2(-)$ . Dans la bande passante de l'amplificateur (fréquence d'utilisation  $f < f_0$ ) c'est une résistance  $R_e$  qui est de l'ordre de 100KW à 10MW.

**Remarque :** On observe également l'existence d'une impédance de mode commun qui relie l'entrée  $e_1(+)$  (ou  $e_2(-)$  l'autre entrée n'étant pas connectée) à la masse. Dans la bande passante de l'amplificateur c'est une résistance  $R_{MC}$  qui est de l'ordre de 50 à 500 MW qui, compte tenu de sa valeur très élevée par rapport à  $R_e$  et aux impédances que l'on connecte sur l'amplificateur, n'intervient pratiquement pas dans les résultats numériques. On la néglige donc systématiquement.

### V.7.3. Impédance de sortie d'un AOP :

C'est l'impédance interne du générateur de tension contrôlé par la tension différentielle d'entrée  $G(f) e(f)$ . Dans la bande passante de l'amplificateur c'est une résistance  $R_s$  qui est de l'ordre de 10 à 100Ω. On doit noter que sa valeur dépend de l'amplitude de la tension de sortie. Plus cette tension est élevée plus  $R_s$  est faible.

### Exemple d'application : Bistable inverseur et Bistable non inverseur



**Figure. V.11.** Montage bistable inverseur et non inverseur [4,8]

Pour les deux montages on a :

$$\text{la tension de sortie: } V_S = G \cdot e \quad \text{avec } e = V^+ - V^-$$

Pour bien suivre l'évolution de la tension de sortie, on prendra la tension  $V_e(t)$  et  $e(t)$  en phase (voir graphe  $V_S(t)$  en fonction  $e(t)$ ).

**Bonne compréhension**

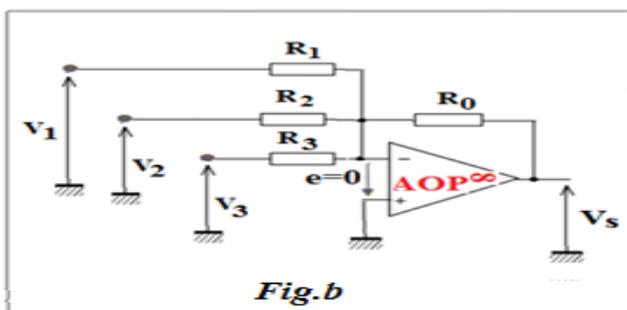
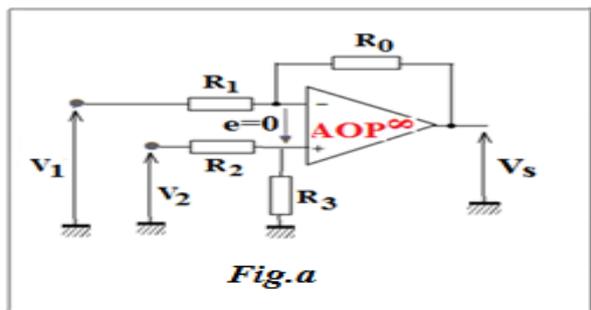
Série 05 : Amplificateurs Opérationnels

2017/2018

Exercice 01 :

On donne les montages ci-dessous **Fig.a** et **Fig.b** dont lesquels l'amplificateur **AOP Idéal** (résistance d'entrée très élevée et gain infini).

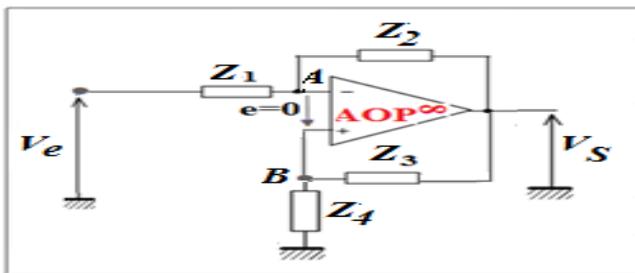
- 1) Déterminer  $V_s$  en fonction des tensions d'entrées pour chaque montage.
- 2) Quel **avantage** présente-il chaque **montage** (rôle)



Exercice02 :

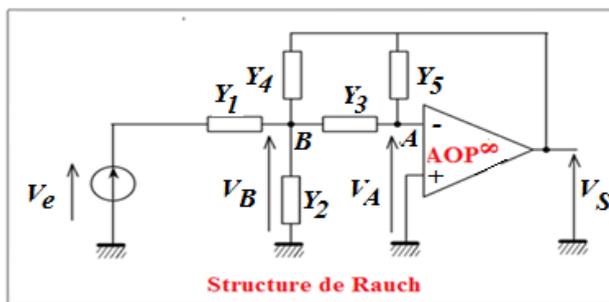
Soit le montage à deux contre- réactions simultanées.AOP est idéal (résistance d'entrée très élevée et gain infini).

Déterminer la **fonction de transfert**  $T=V_s / V_e$ .



Exercice03 :

Soit le montage à réactions multiples (**structure de Rauch**) avec  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4,$  et  $Y_5$ , sont des admittances. AOP est considéré idéal. Déterminer la **fonction de transfert**  $T=V_s / V_e$ .

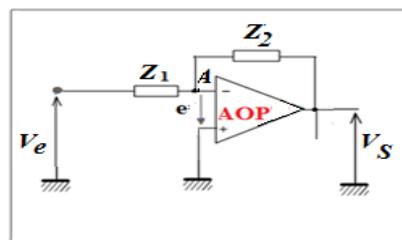


Exercice 04 (Homework)

Soit AOP réel suivant avec ses caractères : résistance d'entrée  $r_e=1M\Omega$ , résistance de sortie  $r_s=200\Omega$  et son gain différentiel  $A_0$ .

- 1° Déterminer le schéma équivalent du montage.
- 2° En négligeant  $r_s$  déterminer l'expression du gain

$$A_d=V_s / V_e .$$

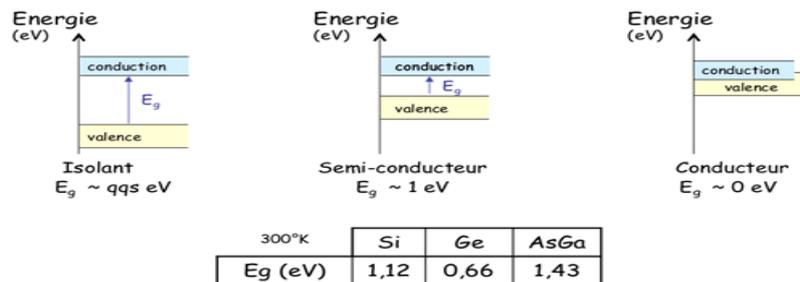


**Bonne Compréhension**

### III.1. Rappels élémentaire sur la physique des semi-conducteurs :

Les semi-conducteurs comme le silicium (Si), le germanium (Ge) et l'Arсениc de gallium (AsGa) ont une résistance plus élevée que celle des conducteurs métalliques, mais beaucoup plus faible que celle des isolants. La classification d'un conducteur, semi-conducteur et isolant se fait selon leurs résistivités  $\rho$  [ $\Omega.m$ ] (voir Figure.III.1).

- Conducteur :  $\rho < 10^{-6}\Omega.m$
- Semi-conducteur : intermédiaire
- Isolant :  $\rho > 10^6\Omega.m$



**Figure. III.1.** Classification d'un conducteur, semi-conducteur et isolant selon leurs résistivités  $\rho$ . [5,6,7]

#### III.1.1. Semi-conducteur intrinsèque : cristal pur

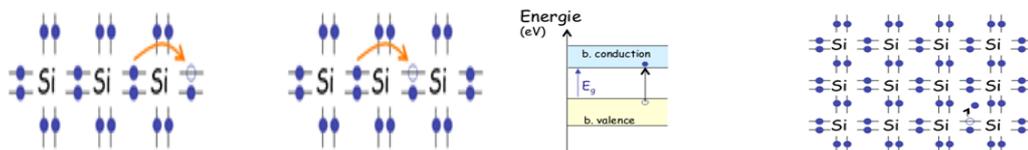
Le Si : a 14 électrons  $\Rightarrow$  4 é de valence  
 $\Rightarrow$  4 liaisons covalentes

Le Ge : 32é  $\Rightarrow$  4é de valence  $\Rightarrow$  4 liaisons covalentes



Un cristal de Si ou Ge pur ou intrinsèque a une structure régulière.

- A 0°K, pas d'électrons libres
- Si T augmente, les é des atomes que constituent le S.C, plus particulièrement les é de valence, vont absorber une partie de cette énergie  $\Rightarrow$  certains é vont gagner une énergie suffisante pour se libérer  $\Rightarrow$  c'est la rupture des liaisons équivalentes.
- La bande-gap  $E_g$  représente l'énergie minimale nécessaire pour rompre la liaison.



**Figure. III.2-a.** Structure, bande gap  $E_g$  d'un SC intrinsèque. [5,6,7]

- En présence d'un champ électrique extrême, ces é libres peuvent contribuer à la conduction électrique.
- La rupture des liaisons libère des é mais aussi produit des atomes ionisés représentant des pièges à é ou trou. Le trou se comporte comme une charge positive et la même grandeur que celle de l'électron.

- L'augmentation de  $T^\circ$  produit des paires électrons-trous qui s'accompagnent d'un phénomène de recombinaison.
- Dans un semi-conducteur intrinsèque le nombre des  $e^-$  libres est égal à celui des trous.
- Dans un semi-conducteur il existe 2 types de porteurs de charges :
  - Des porteurs négatifs : les électrons de la bande de conduction,
  - Des porteurs positifs : les trous de la bande de valence.

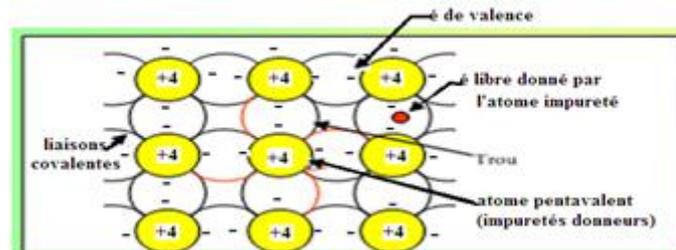


Figure. III.2-b. Structure cristalline d'un SC intrinsèque dans le plan. [5,6,7]

### III.1.2. Semi-conducteur extrinsèque

C'est un semi-conducteur impure  $\Rightarrow$  S.C contenant des impuretés.

- La conductivité d'un S.C intrinsèque augmente avec  $T^\circ$ .
- Mais cette conduction demeure faible, car les limites raisonnables de  $T^\circ$ .
- Il existe un moyen d'augmenter considérablement cette conduction  $\Rightarrow$  ce procédé est appelé « dopage » : qui consiste à ajouter à un cristal pur de Si(Ge) des impuretés dont le nombre est relativement faible par rapport au nombre d'atomes de cristal.
- Les impuretés qu'on ajoute à un cristal S.C sont de deux types :
  - ✓ Pentavalents (5 $e^-$  de valences) : Exemple : As (Arsénique) ;
  - ✓ Trivalentes (3 $e^-$  de valences) : Exemple : In (Indium).

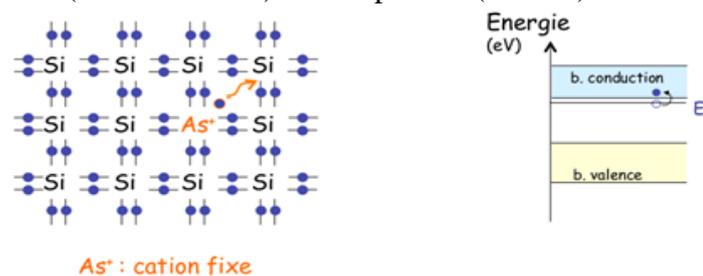


Figure. III.3-a. Structure, bande gap  $E_g$  d'un SC extrinsèque. [5,6,7]

#### a) Dopage type N :

Soit un S.C au Si plus des impuretés pentavalentes (As). L'atome de As doit être entouré de 4 $e^-$  des atomes de S.C. Il utilise ces 4 $e^-$  de valences pour la liaison covalentes et la 5 $e^-$  est non utilisée, c'est pourquoi il est faiblement lié. Le nombre des  $e^-$  est très grand devant le nombre de trous, c'est pourquoi les  $e^-$  sont appelés « Porteurs majoritaires », alors que les trous sont appelés « porteurs minoritaires »  $\Rightarrow$  La conduction est donc assurée essentiellement par les  $e^-$  (charges négatives) d'où l'appellation **S.C type N**.

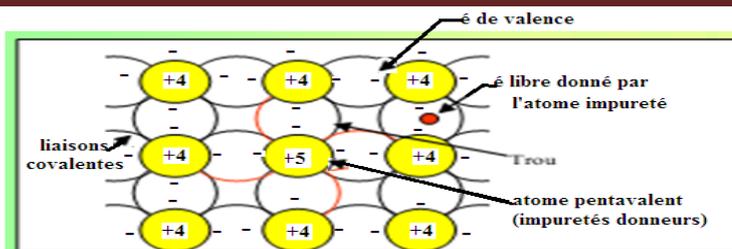


Figure. III.3-b. Structure cristalline d'un SC extrinsèque dans le plan : dopage type N. [5,6,7]

**b) Dopage type P :**

C'est un dopage avec des impuretés trivalentes (In : 3<sup>é</sup> de valences). In captera un é pour former la 4<sup>é</sup>me liaison. Le nombre de trous est très grand devant le nombre d'é ⇒ les trous sont des « Porteurs majoritaires », alors que les é sont des « porteurs minoritaires » ⇒ La conduction est donc assurés essentiellement par les trous (charges positives) d'où l'appellation S.C type P.

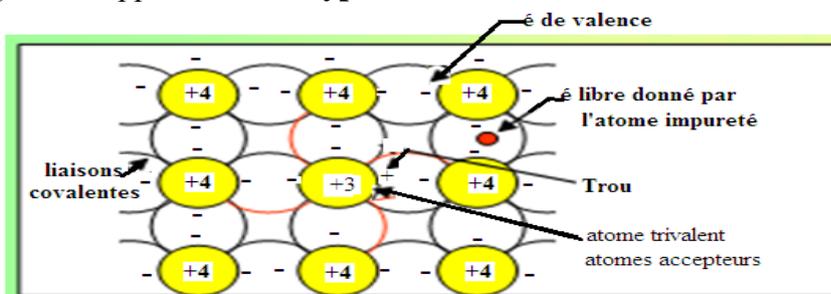


Figure. III.3-c. Structure cristalline d'un SC extrinsèque dans le plan : dopage type P. [5,6,7]

**III.2. Jonction PN non polarisée :**

L'association de plusieurs semi-conducteurs dopés permet de créer le composants semi-conducteurs. Le pls simple est la jonction PN ou diode.

**III.2.1. Création de la jonction :**

Considérons deux matériaux semi-conducteurs de type opposé. Celui de type N possède de électrons en excès, l'autre, de type P, des trous. Ces deux matériaux étant isolés et les dopages étant homogènes, les densités de porteurs sont constantes dans chaque élément.

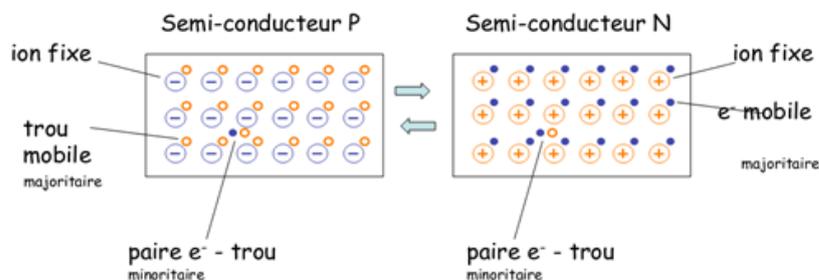


Figure. III.4. Création d'une jonction PN. [5,6,7]

**III.2.2. Principe de fonctionnement d'une jonction PN :**

Les électrons vont diffuser des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration. Ils vont de ce fait se recombiner avec les trous en créant des ions fixes dans le

réseau. Le déplacement de ces porteurs majoritaires donne naissance à un courant de diffusion  $I_D$ . Ces ions, négatifs dans la région P (atome de bore ayant gagné un électron) et positifs dans la région N (atomes de phosphore ayant perdu un électron) vont donner naissance à un champ électrique qui a tendance à s'opposer à la migration des porteurs majoritaires favorisant les porteurs négligeables : Le déplacement de ces porteurs minoritaires donne naissance à un courant de dérive  $I_S$ .

L'apparition de ce champ électrique génère donc un phénomène de conduction qui crée un flux de porteurs opposé à la diffusion.

L'équilibre sera établi lorsque les deux phénomènes se compenseront. Il y aura à ce moment-là une zone dépourvue de porteurs appelée zone de charge d'espace séparant deux zones dans lesquelles sont confinés les porteurs libres.

- ✓ Courant de dérive : désigne le déplacement forcé des charges sous l'action d'un champ électrique.
- ✓ Courant de diffusion : due à la différence de concentration en porteurs de charge dans la zone adjacente du réseau cristallin.
- ✓  $W$  = charge d'espace = zone désertée = zone de déplétion = zone d'appauvrissement.
- ✓ Champ interne et barrière de potentiel ;
- ✓ Etat d'équilibre  $\Rightarrow I_D = I_S$ .
- ✓ A la température ambiante :  
 $V_d = 0.6V$  à  $0.8V$  pour le Si et  $V_d = 0.3V$  pour Ge.

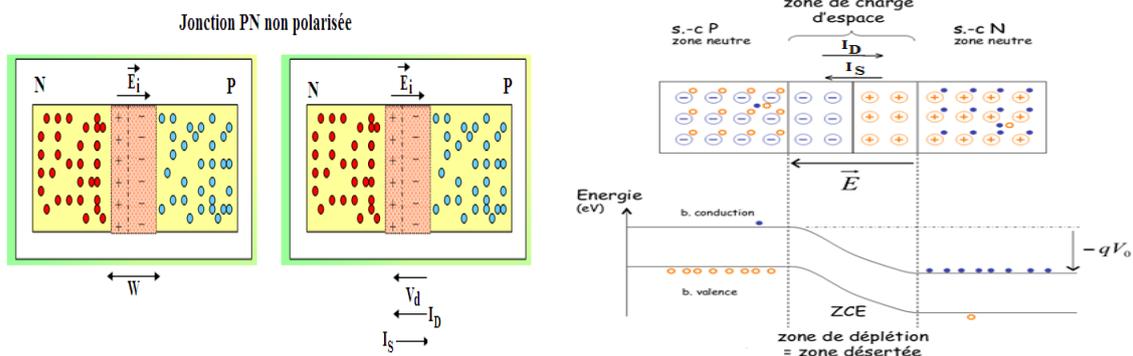


Figure. III.5-a. Jonction PN non polarisée avec zone de déplétion. [5,6,7]

### III.3. Polarisation d'une diode :

#### III.3.1. Diode polarisée direct : sens passant

Considérons une diode polarisée par le biais du circuit représenté sur le schéma ci-contre. Polarisation directe  $\Rightarrow$  pole + de la source de tension vers la zone P.

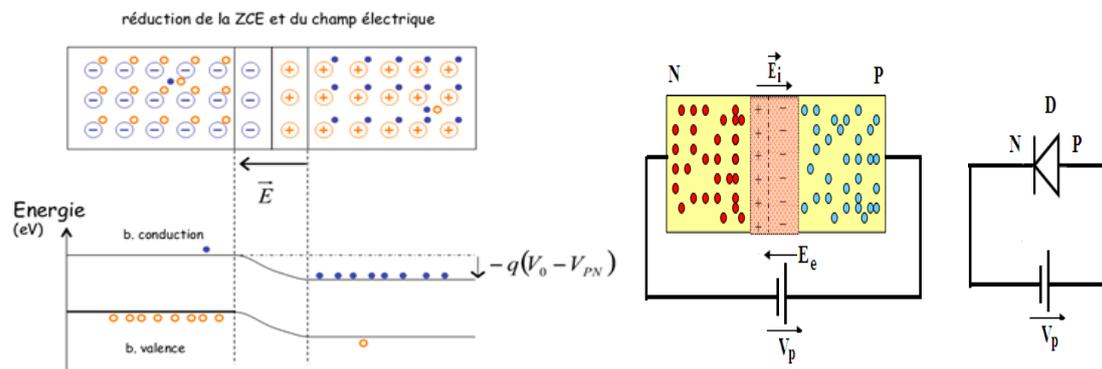


Figure. III.5-b. Polarisation directe d'une jonction PN. [5,6,7]

$$E_T = E_e - E_i$$

Si  $E_e > E_i \Rightarrow E_T > 0 \Rightarrow$  le champ  $E_e$  va s'opposer à  $E_i$

$E_e$  a pour effet de favoriser la circulation des porteurs majoritaires.

La diffusion des porteurs majoritaires n'a lieu que lorsque  $E_e > E_i$  ou  $V_p > V_d$ .

$\Rightarrow E_T > 0 \Rightarrow$  va créer un courant  $I_D \approx I_S e^{eV_p/KT}$  : Tension de polarisation

$\Rightarrow$  plus  $E_T$  augmente plus  $I_D$  augmente (plus  $V_p \nearrow$  plus  $I_D \nearrow$ )

### III.3.2. Polarisation en inverse: sens bloquant

Avant de bloquer la jonction PN polarisé en direct il faut évacuer toutes les charges en excès et cela par le biais d'un courant inverse transitoire.

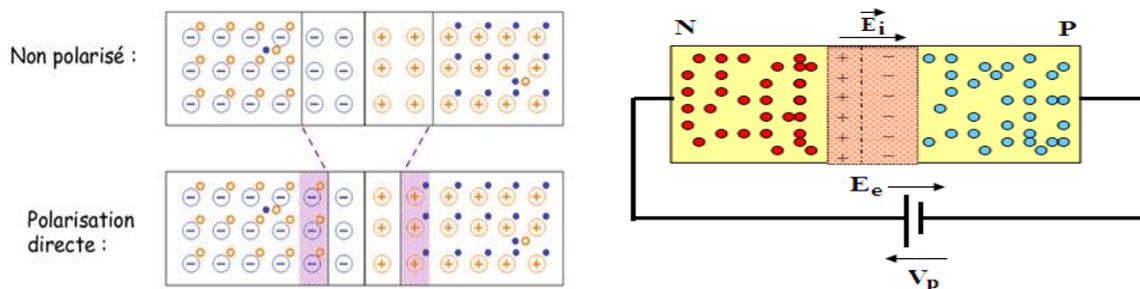


Figure. III.5-c. Polarisation en inverse d'une jonction PN. [5,6,7]

$$E_T = E_e + E_i \text{ or } E_e > 0 \text{ et } E_i > 0$$

$\Rightarrow E_e$  et  $E_i$  ont le meme sens. Alors si  $E_i$  bloque la circulation des majoritaires

$\Rightarrow E_T$  bloquera d'avantage les majoritaires

Le courant qui peut exister est le courant dû aux minoritaires.

$\Rightarrow$  plus  $E_T \nearrow$  plus la circulation des minoritaires est grande ; mais  $I_S$  reste toujours négligeable car les porteurs minoritaires sont négligeables.

$\Rightarrow I_i \approx I_S$ : le courant en inverse  $I_i$  ne dépend pas de la polarisation.

En direct  $\Rightarrow I_D \approx I_S e^{\frac{eV_p}{KT}}$  : sens de  $V_p$  est opposé au sens de  $V_D$ .

En inverse  $\Rightarrow I_i \approx I_S$  ( $I_i < 0$ )

III.3.3. Symbole et Caractéristiques d'une diode :

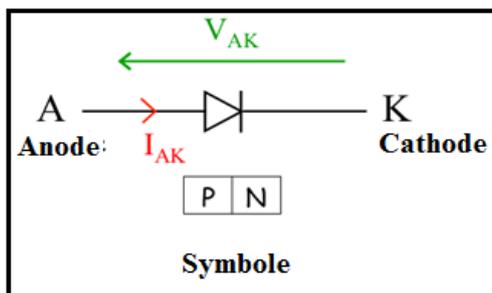


Figure. III.6-a. Symboles et caractéristique d'une diode. [5,6,7]

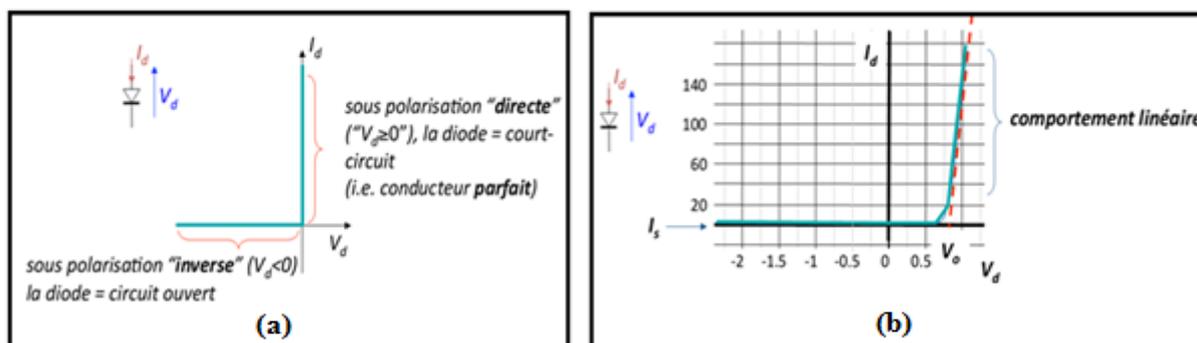


Figure. III.6-b. Caractéristique d'une diode (a) ; idéal, (b) : réelle[5,6,7]

$$I_D = f(V_D) ; V_D = V_p$$

$$V_D = V_p > V_d \Rightarrow I_D \approx I_S e^{\frac{eV_D}{KT}}$$

$$V_D = V_p < V_d (< 0) \Rightarrow I_D \approx I_S \text{ et } I_D < 0$$

III.3.4. Détermination du point de fonctionnement d'une diode :

En utilisant les lois de Kirchhoff appliqué au circuit considéré, on détermine ainsi l'équation de la droite de charge statique la diode dans le circuit  $I_d=f(V_d)$ . Le point de fonctionnement sera donc calculé graphiquement : point d'intersection de la caractéristique et la droite de charge statique.

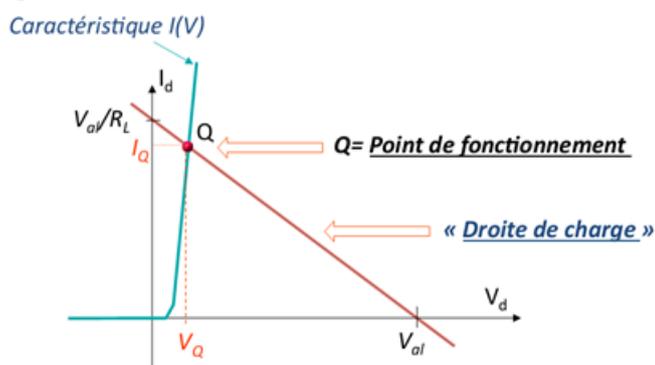


Figure. III.6-c. Détermination du point de fonctionnement à partir de la caractéristique  $I_d=f(V_d)$  et la droite de charge statique. [5,6,7]

### III.4. Modèles simples d'une diode [5,6,7]:

#### III.4.1. Diode idéale :

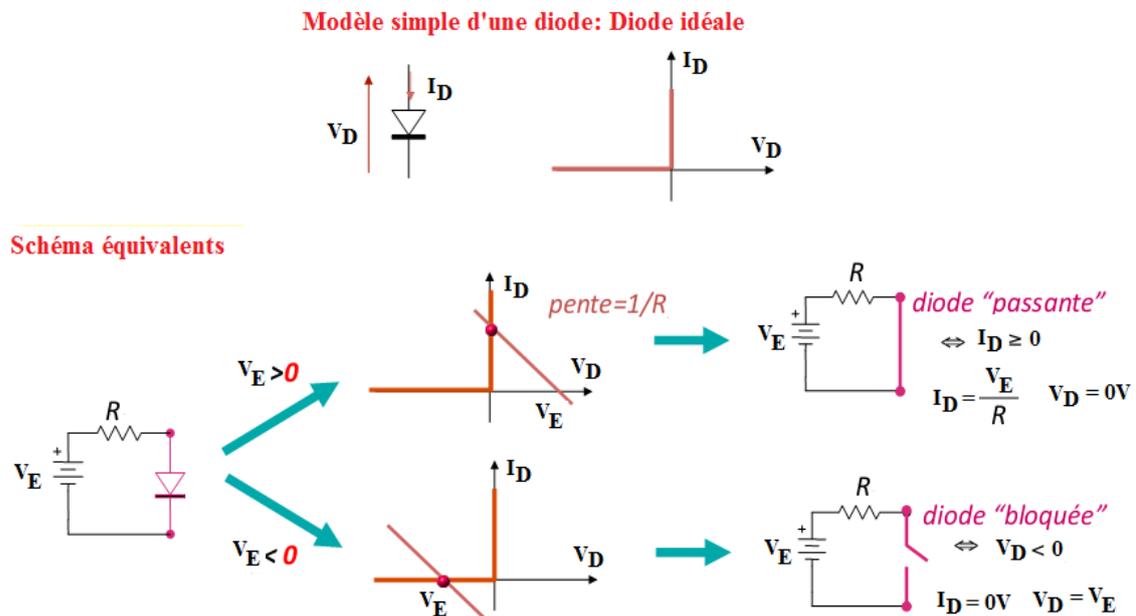


Figure. III.7-a. Modèle, caractéristique et schéma équivalent d'une diode idéale.

#### III.4.2. Diode idéale avec tension de seuil :

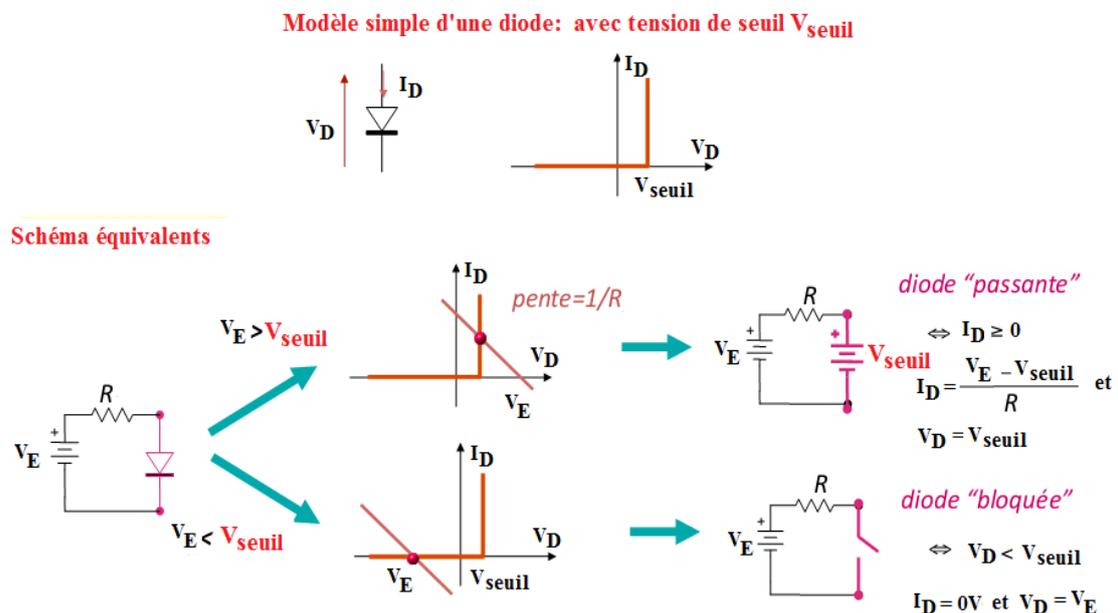
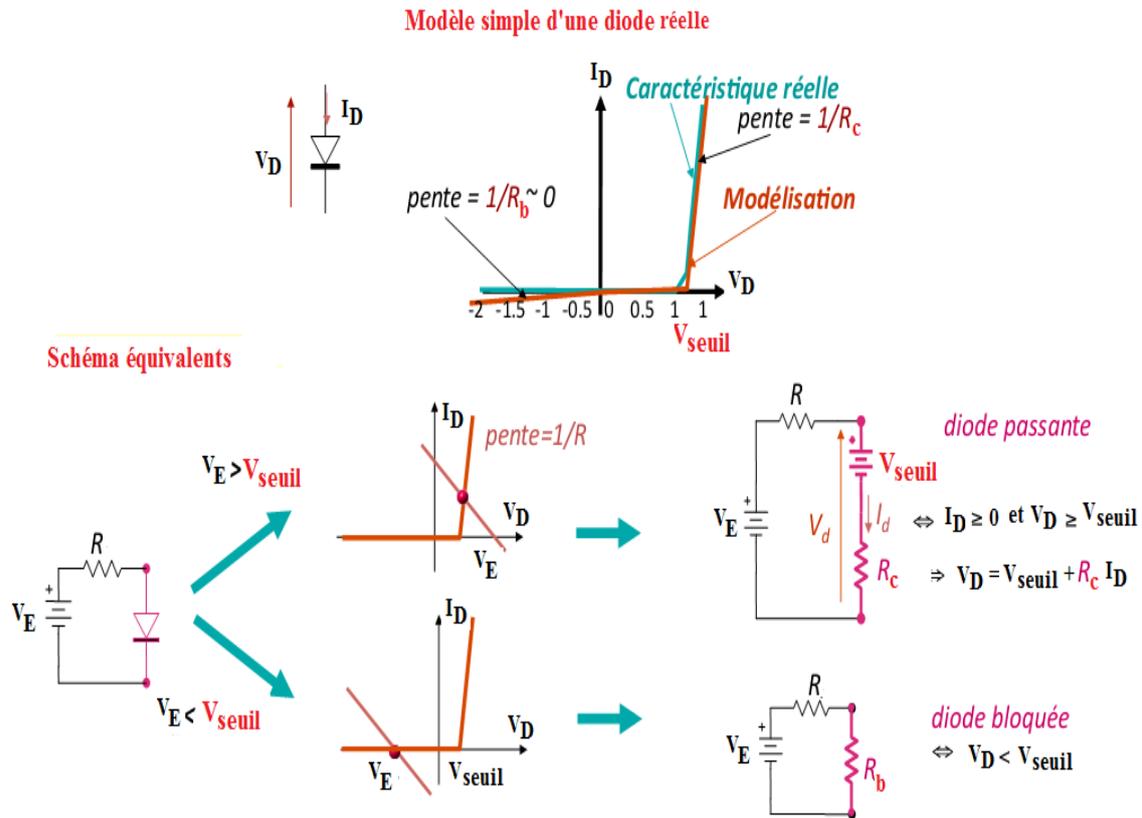


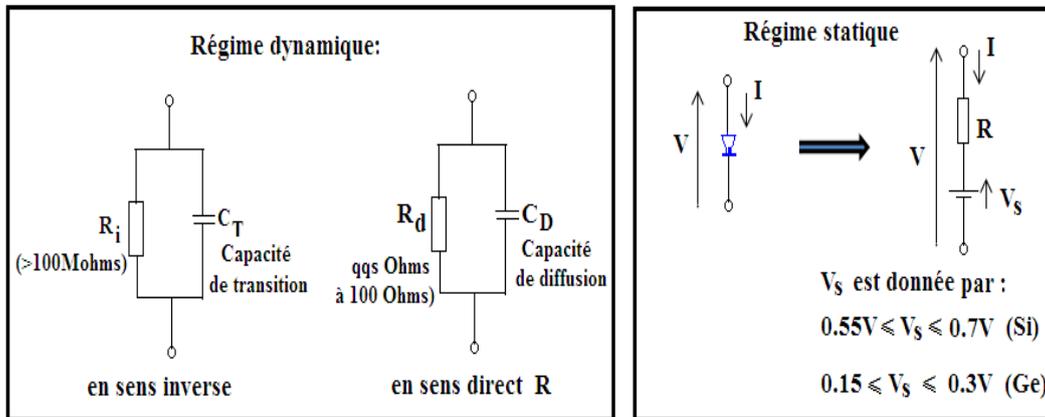
Figure. III.7-b. Modèle, caractéristique et schéma équivalent d'une diode idéale avec seuil .

#### III.4.3. Diode réelle :

- Tension  $V_{seuil}$  non nulle ;
- Résistance  $R_c$  non nulle ;
- $V_D < 0$  : résistance  $R_b$  finie
- Pour une diode en (Si) :  $V_{seuil} = 0.6$  à  $0.7V$ ,  $R_c \approx$  quelque  $\Omega$  et  $R_b \gg M\Omega$



### III.5. Modèles en régime statique et dynamique :



#### III.5.1. Modèles pour les signaux faibles (basses fréquences) :

- La caractéristique est exponentielle ;
- Non linéaire mais pour des signaux faibles, le segment autour du point de fonctionnement est supposé linéaire, alors dans ce cas :

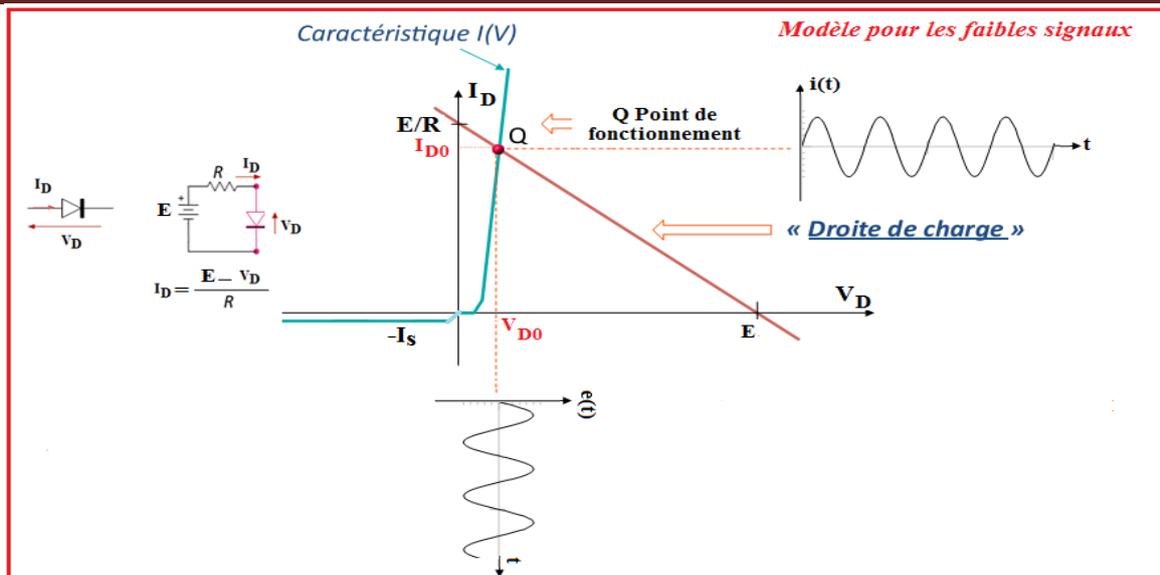


Figure. III.8-a. Modèle d'une diode pour les faibles signaux (basses fréquences).

$$\begin{array}{c}
 R_d \\
 \text{A} \cdot \text{---} \cdot \text{K} \\
 \downarrow \\
 i(t)
 \end{array}
 \Rightarrow i(t) = \frac{e(t)}{R_d}$$

Du circuit, pour déterminer le point de fonctionnement M ( $V_{D0}$ ,  $I_{D0}$ ) de la caractéristique et de la droite.

**En régime dynamique** : superposition de deux régimes :

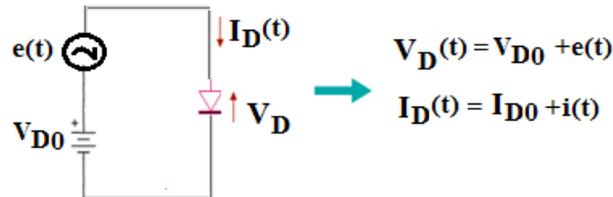


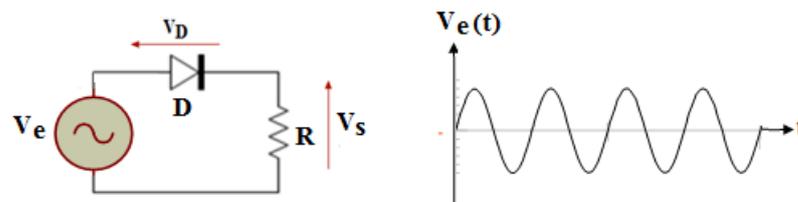
Figure. III.8-b. Modèle d'une diode en régime dynamique.

### III.5.2. Circuits redresseurs à diodes :

#### a) Simple alternance : Exemple d'application 1

On suppose que la diode est idéale.

- 1) Tracer la caractéristique de transfert  $V_s = f(V_e)$ .
- 2) Tracer  $V_D(t)$  et  $V_s(t)$ .
- 3) Trouver l'amplitude maximale de  $i_D(t)$  si  $V_{em} = 10V$  et  $R = 1k\Omega$ .



Solution :

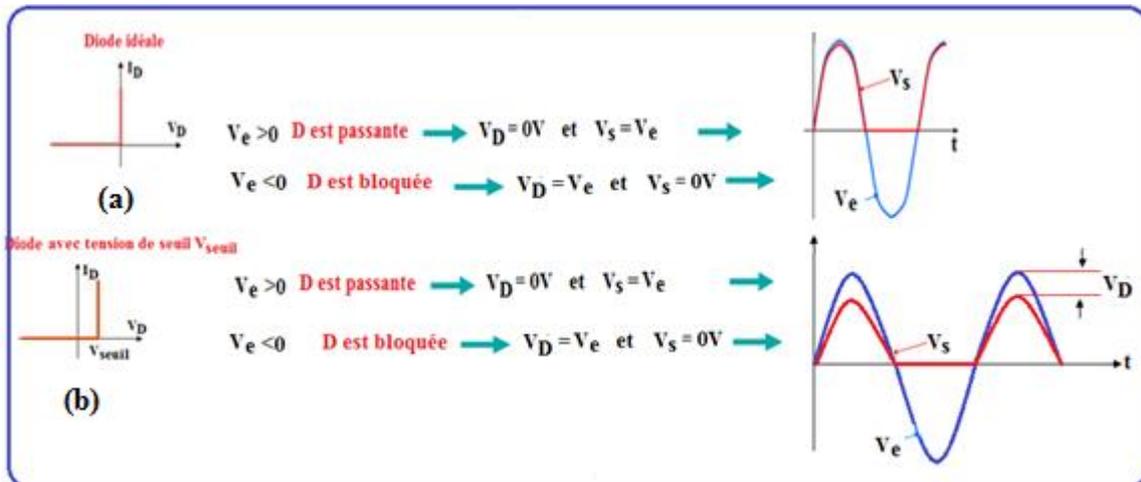


Figure. III.9-a. Circuit redresseur simple alternance d'une diode :

(a) : idéal, (b) idéal avec seuil.

Diode **idéale**  $\Rightarrow$  D est passante  $\Leftrightarrow$  C.C

Diode **idéale**  $\Rightarrow$  D est Bloquée  $\Leftrightarrow$  C.O

Si  $V_e(t) > 0 \Rightarrow$  D est passante  $\Leftrightarrow$  C.C alors  $V_D = 0 \Rightarrow V_e(t) = V_s(t)$  et  $i(t) = \frac{V_s(t)}{R}$

Si  $V_e(t) < 0 \Rightarrow$  D est bloquée  $\Leftrightarrow$  C.O alors  $i(t) = 0$  et  $V_D = V_e(t) \Rightarrow V_s(t) = 0$

$$I_{Dm} = \frac{V_{sm}}{R} = \frac{V_{em}}{R} = \frac{10}{1k} = 100mA$$

b) Double alternance : **Exemple d'application :**

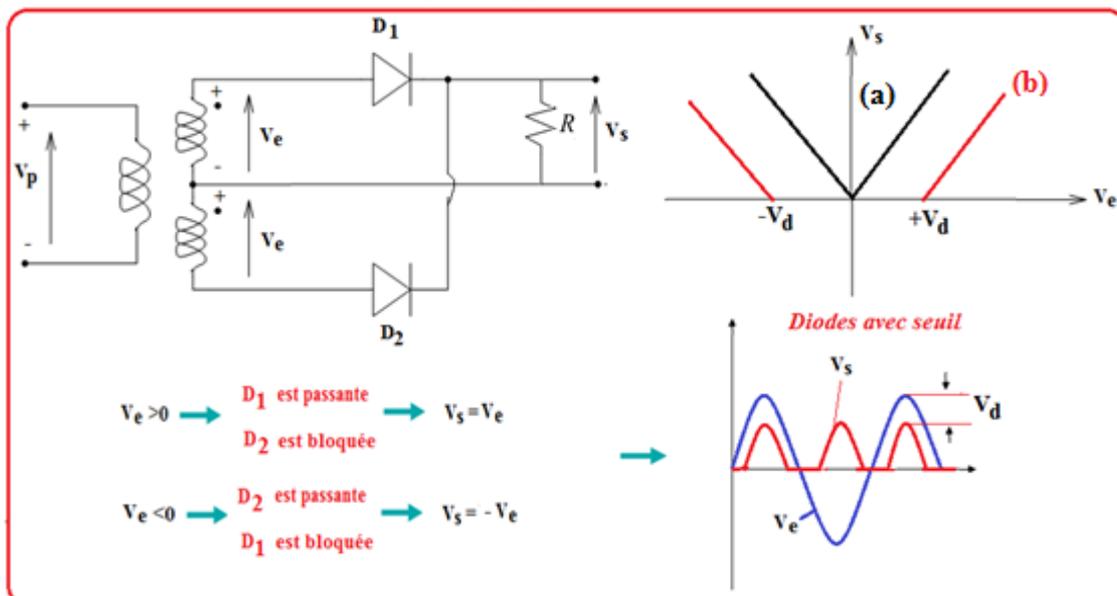


Figure. III.9-b. Circuit redresseur double alternance d'une diode :

(a) : idéal, (b) idéal avec seuil.

c) Double alternance à pont : pont de Graëtz :

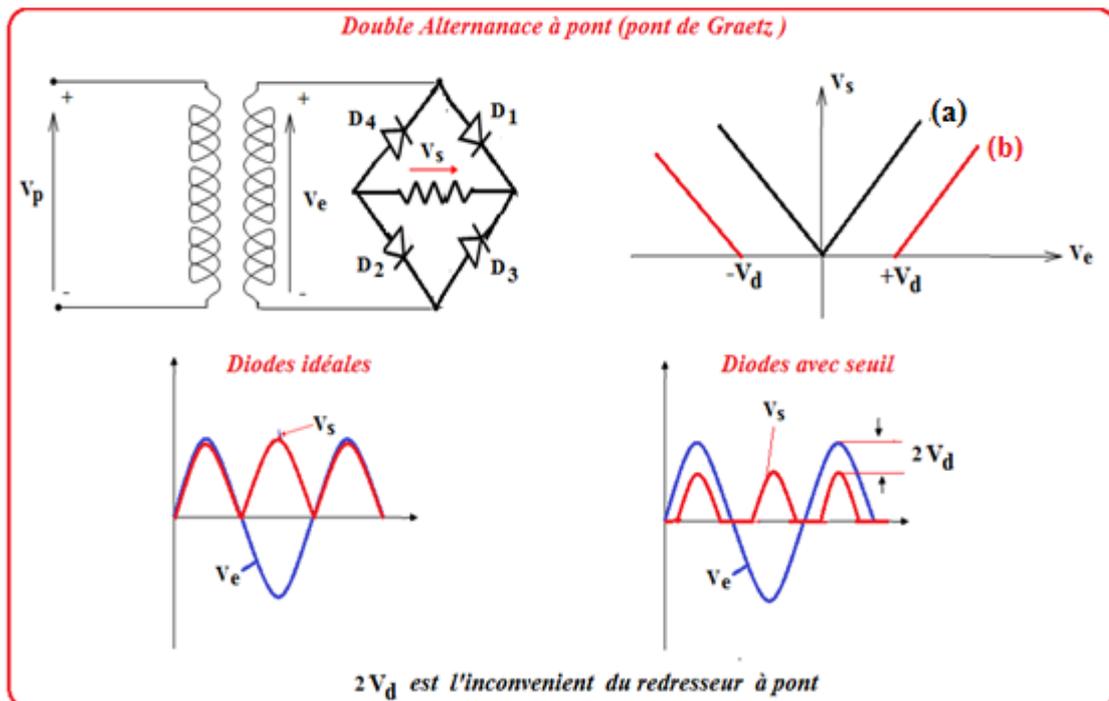


Figure. III.9-c. Circuit redresseur double alternance à pont (pont de Graëtz) :  
 (a) : idéal, (b) idéal avec seuil.

d) Logiques à diodes :

Le principe de base est représenté sur le schéma suivant: Les tensions  $e_1$  et  $e_2$  sont des signaux logiques dont les valeurs sont  $\mp 5V$ . Nous allons déterminer les états possibles de la sortie afin de définir quelle est la fonction logique ainsi réalisée. Pour ce, il faut prendre en compte quatre états possibles de entrées:

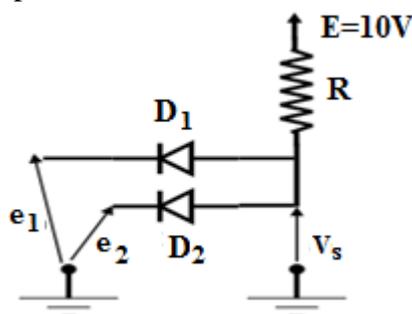


Figure. III.10-a. Schéma de principe d'une diode logique. [7]

- 1<sup>er</sup> état :  $e_1 = e_2 = +5 V$
- 2<sup>ème</sup> état :  $e_1 = e_2 = -5 V$
- 3<sup>ème</sup> état :  $e_1 = +5 V, e_2 = -5 V$  et  $e_1 = -5 V, e_2 = +5 V$

1°)  $e_1 = e_2 = +5 V$  : les deux diodes conduisent La tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée décalée de 0,6 V soit:  $V_s = 5,6 V$  (« 1 » logique).

2°)  $e_1 = e_2 = -5 V$  : les deux diodes conduisent. La tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée décalée de 0,6 V soit:  $V_s = -4,4 V$  (« 0 » logique).

3°)  $e_1 = +5 \text{ V}$ ,  $e_2 = -5 \text{ V}$  où  $e_1 = -5 \text{ V}$ ,  $e_2 = +5 \text{ V}$ . Il va falloir, dans ce cas faire une hypothèse sur l'état des diodes. Trois cas sont possibles:

- Les deux diodes sont bloquées  $\Rightarrow$  cette hypothèse est irréaliste compte tenu de ce qui vient d'être écrit (tension  $> 0,6 \text{ V}$ ).
- Les deux diodes conduisent  $\Rightarrow$  les anodes sont communes (même potentiel) il est donc impossible que deux diodes ayant des tensions différentes sur leurs cathodes puissent être conductrices simultanément.
- L'une conduit l'autre est bloquée; c'est la seule hypothèse possible. La diode qui conduit sera celle qui a la tension maximum à ses bornes, c'est à dire celle sur laquelle on applique la tension de  $-5 \text{ V}$ . On vérifie rapidement que la sortie vaut alors  $-4,4 \text{ V}$  ce qui correspond bien à un blocage pour l'autre. La sortie est alors au « 0 » logique.

La table de vérité qui en découle assure la fonction logique « ET / AND ».

$$V_s = e_1 * e_2$$

$e_1$	$e_2$	$V_s$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Figure. III.10-b. Table de vérité d'une diode logique.

### III.6. Diodes pour applications spéciales

La jonction PN a des propriétés supplémentaires qui sont utiles. Avec une polarisation inverse, la jonction a une capacité qui peut être commandée par une tension externe. La jonction PN est également photosensible. En outre, la tension inverse de rupture peut être utilisée dans le cas des diodes de références.

#### III.6.1. La diode Zéner :

On l'appelle aussi « diode de référence de tension ». Elle présente des propriétés supplémentaires importantes :

- une tension inverse de rupture donnée, (utilisé comme régulateur de tension) ;
- l'association de plusieurs diodes en série, permet d'augmenter la valeur de tension ;
- elle est conçue pour fonctionner dans la zone de claquage inverse, caractérisée par une tension de seuil négative qu'on appelle 'tension Zéner'  $V_Z$ .
- son effet zéner présente un coefficient de température positif alors que pour une diode en direct, le coefficient de température est négatif.
- Ce sont donc des dispositifs parfaitement stables en température.

La figure suivante montre la réalisation de ce dispositif.

Chapitre III: Jonction PN et Diodes

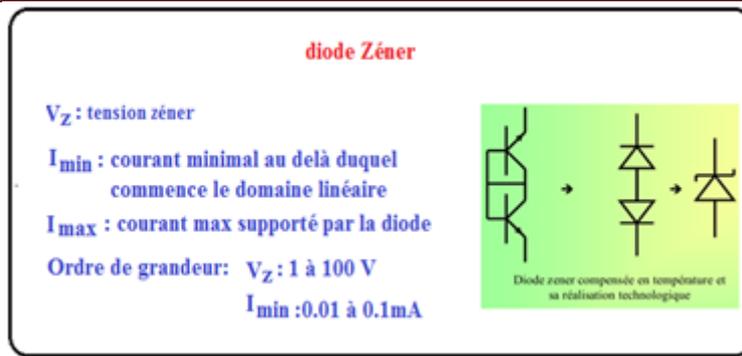


Figure. III.11-a. Principe de réalisation d'une diode zéner. [6]

- Son Régime de fonctionnement est illustré sur la Figure. III-11-b.

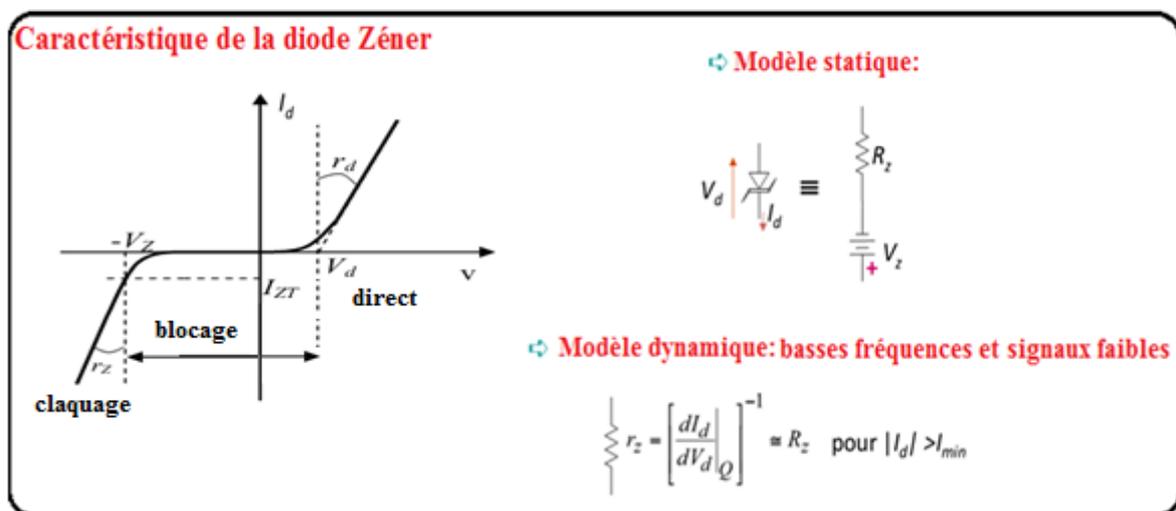


Figure. III.11-b. Symbole, caractéristique et modèle (statique et dynamique) d'une diode zéner.

III.6.2. Autre diodes:

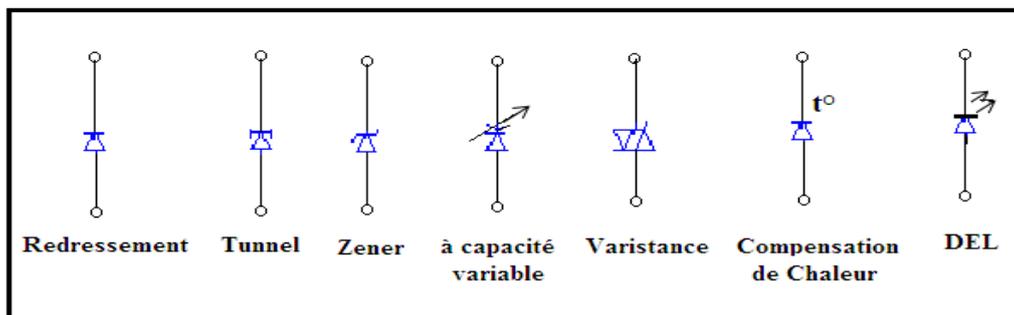


Figure. III.12. Symbole, d'autres diodes existantes dans le marché. [6]

a) Diodes Tunnel :

Un dopage important pouvait créer un effet tunnel des porteurs de charge à travers la zone de déplétion à la jonction. la diode tunnel peut fonctionner comme amplificateur ou comme oscillateur (en hyperfréquence).

**b) Diodes compensatrices :**

Elles sont utilisées pour stabiliser les circuits à transistors.

**c) Varistances :**

Elle se compose de deux jonctions à polarités opposées. Elle sert souvent de shunt au collecteur qu'il protège contre les aiguilles de tensions négativement ou positivement excessives.

**d) La diode « Varicap » :**

Ce sont des diodes à capacité variable sont des diodes conçues pour amplifier fortement la variation de capacité en fonction de la tension inverse appliquée.

Ces dispositifs sont souvent utilisés pour piloter des oscillateurs dont on fait dériver la fréquence, au rythme d'un signal basse fréquence, autour d'une fréquence centrale (modulation de fréquence). Une de leurs applications est l'accord électronique des téléviseurs.

**e) Photodiodes :**

Elles sont réalisées à partir de matériaux photosensibles comme le sulfure de Cadmium (CdS), dont la résistance diminue quand la lumière augmente. Son application : commande d'éclairage, transmission à filtres optiques.

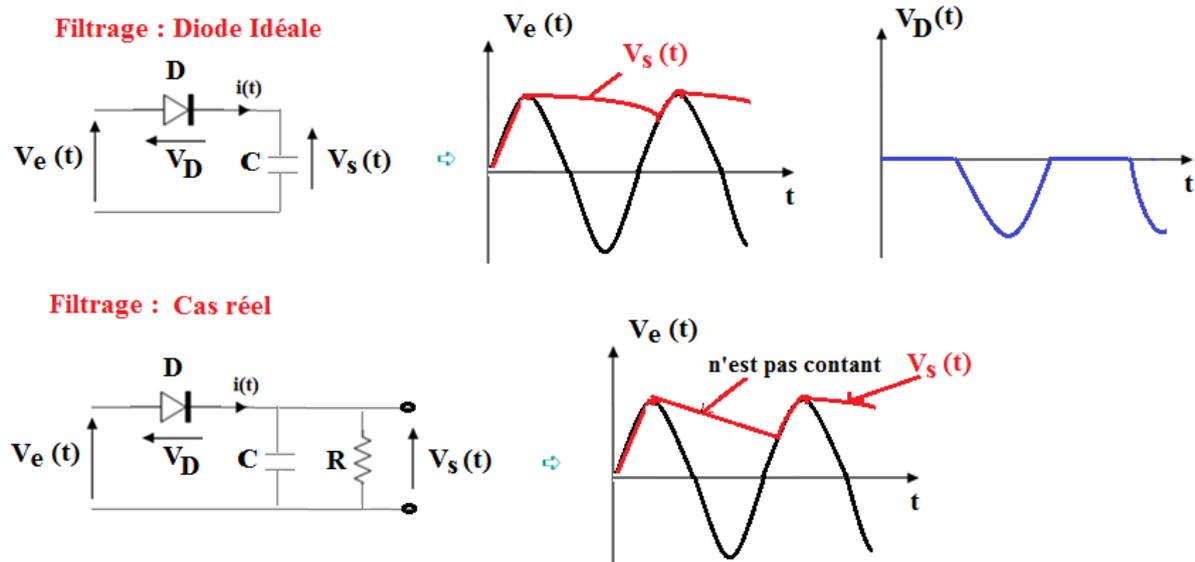
**f) Diodes électroluminescentes (DEL) :**

La plupart des jonctions PN rayonnant une certaine quantité de lumière due à l'énergie libérée par la recombinaison des charges. La lumière est émise quand on applique une tension continue directe.

**III.7. Autres applications spéciales des diodes :**

**III.7.1. Filtrage :**

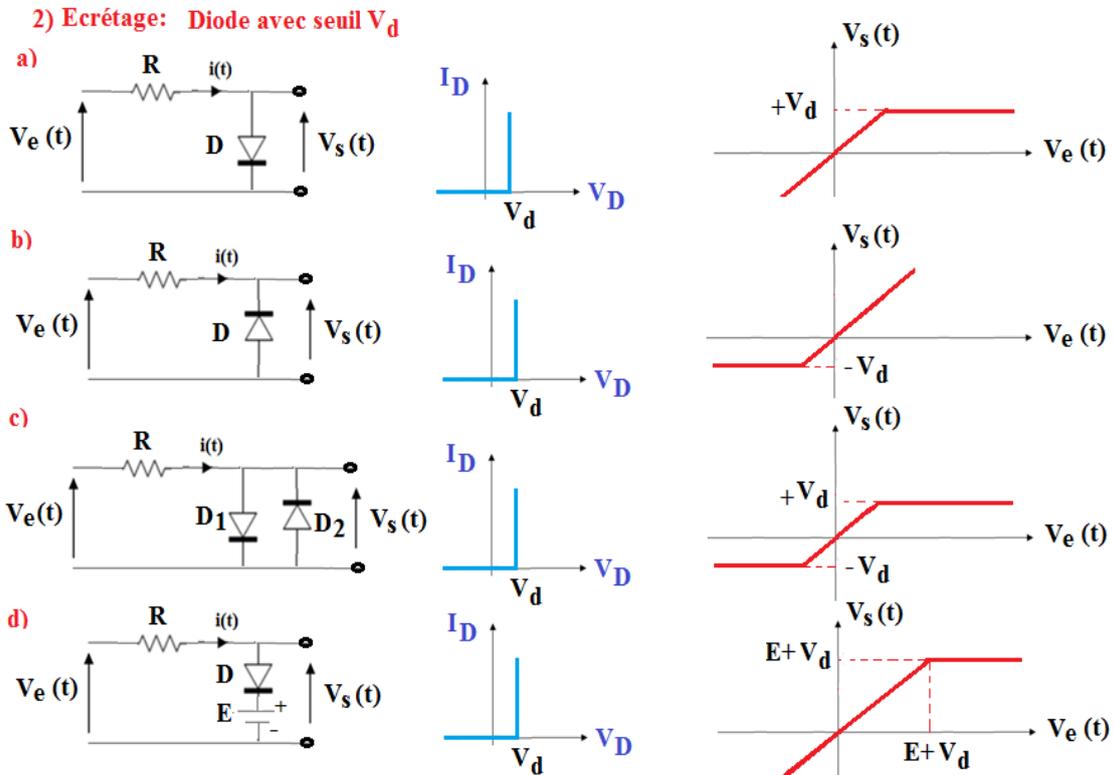
Cette application a pour but de protéger les circuits sensibles (circuits intégrés, amplificateur à grand gain,...) contre une tension d'entrée trop élevée ou d'une polarité donnée.



**Figure. III.13.** Caractéristique d'entrée et de sortie d'une opération de filtrage utilisant (a): diode idéal, (b) : diode réelle. [7]

### III.7.2. Écrêtage :

L'opération d'écrêtage est résumée selon la figure ci-dessous.



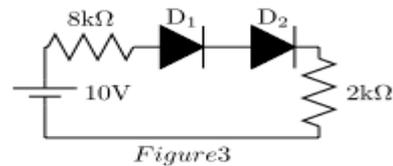
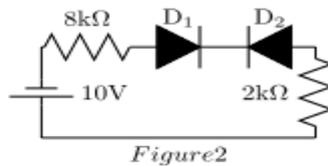
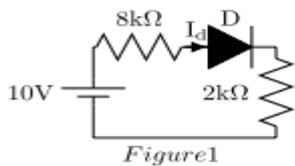
*Bonne compréhension*

Série 03 : Jonction PN et Diodes

2017/2018

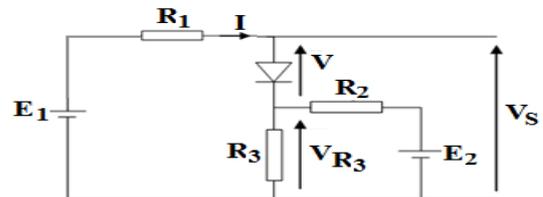
Exercice 01 :

- Calculer le courant  $I_d$  du circuit de la Figure1 dans les 03 cas suivants :
  - La diode est **idéale** ;
  - La diode est **avec seuil** (tension seuil  $V_D = 0.3V$ ) ;
  - La diode est **avec seuil et résistance**  $r_d = 120\Omega$ .
- Calculer le courant et la tension aux bornes de  $R = 2K\Omega$  dans les deux circuits (Fig.2. et Fig3), les diodes sont supposées idéales.



Exercice 02 :

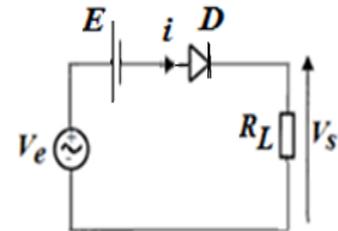
Déterminer la tension  $V_s$  dans le cas la diode est avec seuil  $V_d$  (deuxième approximation).



Exercice 03 (Rattrapage2016/2017)

Soit le montage ci-contre. **Déterminer** :

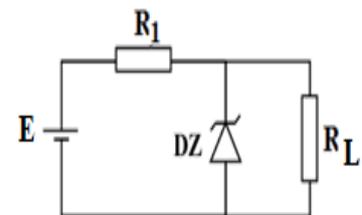
- les conditions de **blocage** et de **conduction** de la diode (utiliser 3<sup>ème</sup> approximation).
- la tension  $V_s$  lorsque la diode est : en **conduction** et en **blocage**.
- Le courant  $i$  lorsque la diode est : en conduction et en **blocage**.
- Et tracer la fonction de transfert  $V_s = f(V_e)$ .



Exercice 04 :

Soit le circuit régulateur de tension à base d'une diode Zéner représenté sur la figure ci-contre. On suppose que la diode zéner a une tension zéner  $V_z$  et une résistance  $r_z = 0$ .

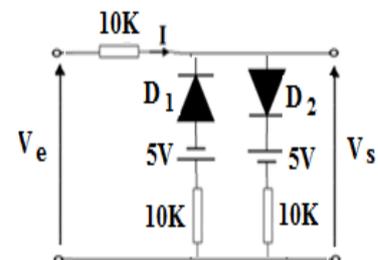
- Trouver les conditions de claquage et de blocage de la diode zéner.
- Déterminer la puissance dissipée par la résistance  $R_1$  pour les deux cas suivants :  $R_1 = R, R_L = 2R$  et  $E = 2V_z$   
 $R_1 = 2R, R_L = R$  et  $E = 2V_z$



Exercice 05 (Homework)

Soit le montage Ecrêteur ci-contre où les deux diodes sont identiques et sont modélisées par une tension de seuil  $V_d$  et une résistance  $r_d$ . La tension d'entrée est  $V_e = V_m \sin(\omega t)$ .

- Donner l'expression de la tension de sortie  $V_s$ .
- Représenter sur le même graphe  $V_e$  et  $V_s$  en fonction de temps. Utiliser papier millimètre.
- Trouver et tracer la caractéristique de transfert  $V_s = f(V_e)$ .



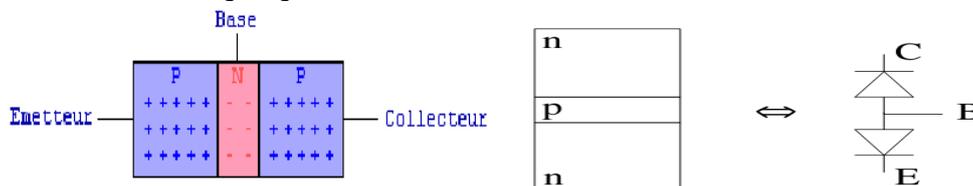
Bonne compréhension

## IV.1. Définitions et historique :

Inventé en 1948 par les Américains J. Bardeen, W. Brattain et W. Shockley, le transistor est un composant à semi-conducteur qui remplit deux fonctions vitales en électronique: celles d'amplificateur (c'est un générateur de fort courant en sortie commandé par un faible courant en entrée) et de commutateur (à la manière d'un interrupteur marche/arrêt).

### IV.1.1. Constitution d'un Transistor bipolaire:

Un transistor à jonction bipolaire est un composant à semi-conducteur constitué de 2 jonctions P-N, très proches l'une de l'autre. Un transistor est formé de 3 zones (N-P-N ou P-N-P selon son type), tel qu'illustré sur le dessin ci-dessous. Chaque "zone" est reliée à une électrode: base (B), émetteur (E), collecteur (C). La base, on le constate, est très mince: son épaisseur est de l'ordre de quelques microns seulement.



**Figure. IV.1.** Structure et constituant d'un transistor bipolaire. [7,8]

- D'une manière très schématique, on pourrait dire qu'une jonction P-N fonctionne comme suit: si elle n'est soumise à aucune tension extérieure, les électrons (charges négatives) sont majoritaires dans la zone N, les "trous" (charges positives) sont majoritaires dans la zone P et entre les deux, on trouve une zone "neutre", désertée.
- Appliquer maintenant une tension inverse à cette jonction: on augmente le champ électrique de la zone centrale, ce qui a pour effet de repousser encore plus loin les électrons de la zone N et les "trous" de la zone P. Conséquence: la zone "neutre" s'élargit, la diode est bloquée, ou non passante.
- Si on inverse la polarité de la tension aux bornes de la jonction, c'est-à-dire si on lui applique une tension directe, supérieure à 0,7 V environ, on annule le champ électrique de la zone centrale ("neutre"), ce qui provoque le déplacement des charges négatives de la zone N vers les "trous" de la zone P: il y a donc circulation d'un courant électrique, la diode devient passante.
- Pour polariser correctement un transistor, il faut que :
  - la jonction entre B et E soit polarisée dans le sens direct,
  - la jonction entre C et B soit polarisée dans le sens inverse.

### IV.1.2. Symboles, tensions et courants:

#### a) Le transistor bipolaire NPN :

Le transistor bipolaire NPN est schématiquement constitué de trois régions semi-conductrices différentes formées dans un petit bloc de silicium monocristallin. On distingue :

- une région N : le collecteur C.
- une région P (étroite) : la base B.
- une région N : l'émetteur E.

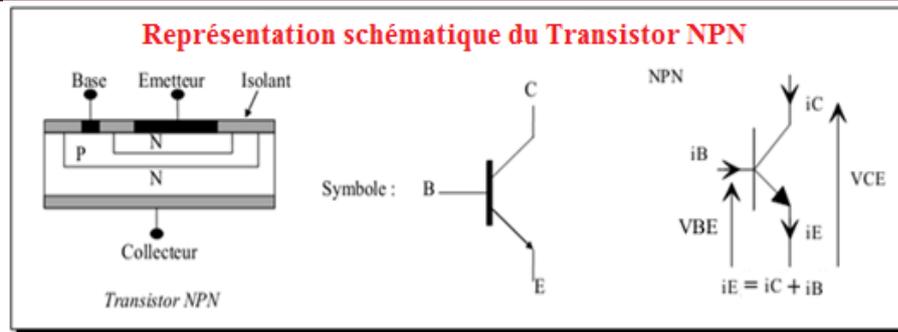


Figure. IV.2-a. Structure, symbole, courants et tension d'un transistor bipolaire NPN.

b) Le transistor bipolaire PNP :

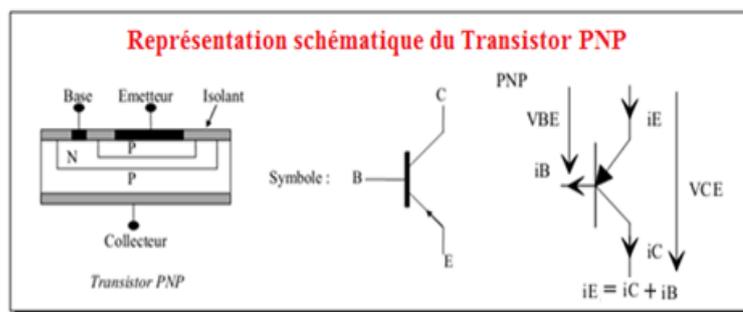


Figure. IV.2-b. Structure, symbole, courants et tension d'un transistor bipolaire PNP.

Avec les conventions citées au-dessus :

- pour un NPN :  $i_C$ ,  $i_E$ ,  $i_B$  sont positifs.  $V_{CE}$ ,  $V_{BE}$  sont positifs.
- Pour un PNP :  $i_C$ ,  $i_E$ ,  $i_B$  sont positifs.  $V_{CE}$ ,  $V_{BE}$  sont négatifs.

## IV.2. Fonctionnement d'un Transistor bipolaire:

Pour illustrer le fonctionnement du Transistor bipolaire soit le montage suivant :

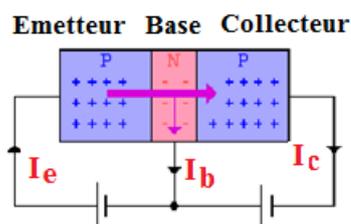


Figure. IV.3. Structure disposition des jonctions EB et BC d'un transistor bipolaire. [7,8]

- La jonction E-B est polarisée dans le sens passant, mais la jonction B-C, polarisée en inverse, est bloquée. Il circule donc un courant de E à B, appelons le  $I_b$ . La base, on s'en souvient, est une zone très étroite et les électrons qui arrivent de l'émetteur vont certes se combiner avec les "trous" (peu nombreux) de la base, mais ils seront en majorité fortement attirés vers la zone du collecteur par le champ électrique créé par la polarisation inverse de la jonction B-C: il en résulte, sous l'effet d'avalanche, un important courant de collecteur,  $I_c$ . C'est ce qu'on appelle **l'effet transistor**. Le

courant de collecteur  $I_C$  est proportionnel au courant de base  $I_B$ , le facteur  $\beta$  (béta) étant le gain encourant.

- Quand la tension collecteur-émetteur  $V_{CE}$  diminue pour devenir très faible, la jonction B-C cesse d'être polarisée en inverse, et l'effet transistor décroît alors très rapidement. A la limite, la jonction B-C devient aussi polarisée en direct: on n'a plus un transistor, mais l'équivalent de deux diodes en parallèle. On dit que le transistor est saturé.

➤ **Nous allons étudier plus particulièrement le transistor NPN :**

Il est constitué d'une jonction NP (Collecteur-Base) et d'une jonction PN (Base-Emetteur). Suivant le mode de polarisation de ces deux jonctions (bloquée = inverse ou passante = directe), quatre modes de fonctionnement du transistor peuvent apparaître:

### IV.3. Réseaux de caractéristiques :

Il y a quatre grandeurs qui caractérisent le comportement du transistor :

- deux grandeurs d'entrée :  $I_B$  et  $V_{BE}$
- deux grandeurs de sortie :  $I_C$  et  $V_{CE}$

On représente les différentes caractéristiques dans le système d'axes suivant :

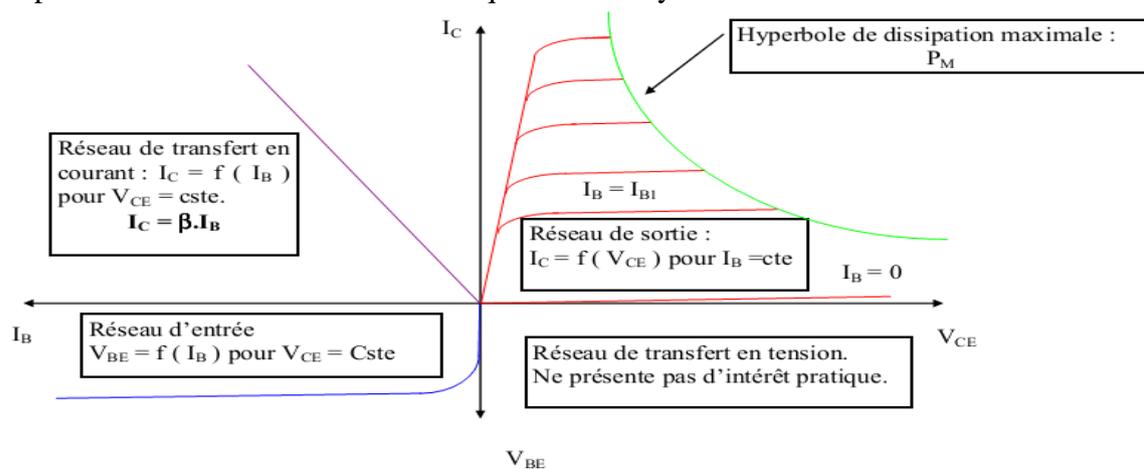


Figure. IV.4. Caractéristiques électriques d'un transistor bipolaire. [7,8]

Ces trois caractéristiques facilitent le calcul de la valeur des résistances de base  $R_B$  et du collecteur  $R_C$ , nécessaires à la polarisation du transistor.

#### IV.3.1. Caractéristique de transfert en courant $I_C=f(I_B)$ :

La caractéristique de transfert est une droite; elle est pratiquement linéaire et admet pour équation :

$$I_C = \beta I_B \quad (IV-1)$$

On peut donc dire que le transistor se comporte comme un générateur de courant commandé par un courant. On notera que l'origine de la droite ne passe pas par 0, mais par une valeur notée  $I_{CEO}$ , qui correspond au courant de fuite (leakage current), courant circulant dans le collecteur. Cette valeur étant généralement très faible, on pourra le plus souvent la négliger. Avec  $\beta$  : Coefficient d'amplification statique en courant ( $20 < \beta < 100$  centaines).

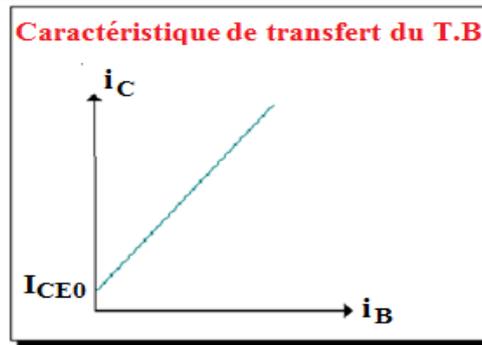


Figure. IV.5-a. Caractéristiques de transfert d'un transistor bipolaire.

**IV.3.2. Caractéristique d'entrée  $I_B=f(V_{BE})$ :**

Cette caractéristique d'entrée est identique à celle d'une diode lorsque  $V_{CE}>1V$ .

Pour la partie linéaire de la caractéristique : équation d'entrée :

$$V_{BE} = V_{BE} + r * I_B \quad \text{avec } 0.6V < V_{BE} < 1V \quad (IV-2)$$

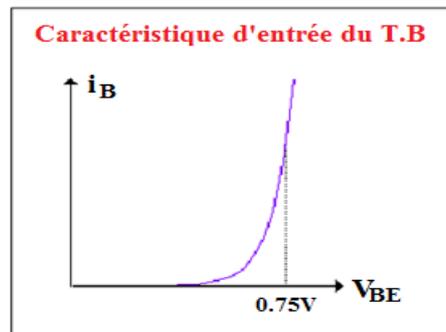


Figure. IV.5-b Caractéristiques d'entrée d'un transistor bipolaire. [7,8]

**IV.3.3. Caractéristique de sortie  $I_C=f(V_{CE})$ :**

La caractéristique de sortie du transistor correspond à la relation  $I_C = f(V_{CE})$ ,  $I_B$  étant constant. Elle est constituée de quatre régions :

- Région ohmique ;
- Région de saturation ;
- Région d'avalanche.

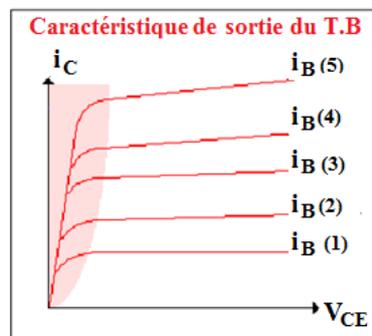


Figure. IV.5-c. Caractéristiques de sortie d'un transistor bipolaire. [7,8]

**IV.3.4 Équations et Caractéristiques du transistor bipolaire:**

La description du transistor NPN s'illustre par l'écriture des équations courants-tensions :

Equations des courants :  $I_E = I_B + I_C \quad (IV-3)$

Equations de la jonction BE :  $I_B = I_{sB} e^{V_{BE}/V_T}$  (IV-4)

$V_T$  : le potentiel thermique équivalent à l'énergie thermique  $kT$  des porteurs de charge  $q$  :

$$V_T = \frac{kT}{q} \approx 26mV \quad (IV-5)$$

avec  $T = 300^\circ K$

$I_{sB}$  : le courant de saturation inverse de la jonction Base-Emetteur

**IV.3.4.1. Equations du courant collecteur :**

a)  $I_C$  est commandé par  $I_B$  :

$$I_C(I_B) = \beta I_B \quad (IV-6)$$

Où  $\beta$  : le gain en courant du transistor.

b)  $I_C$  est commandé par la tension  $V_{BE}$  :

$$I_C(V_{BE}) = \beta I_{sB} e^{V_{BE}/V_T} = I_s e^{V_{BE}/V_T} \quad (IV-7)$$

b)  $I_C$  dépendant de la tension  $V_{CE}$  :

$$I_C(V_{CE}) = I_C(I_B) \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \quad (IV-8)$$

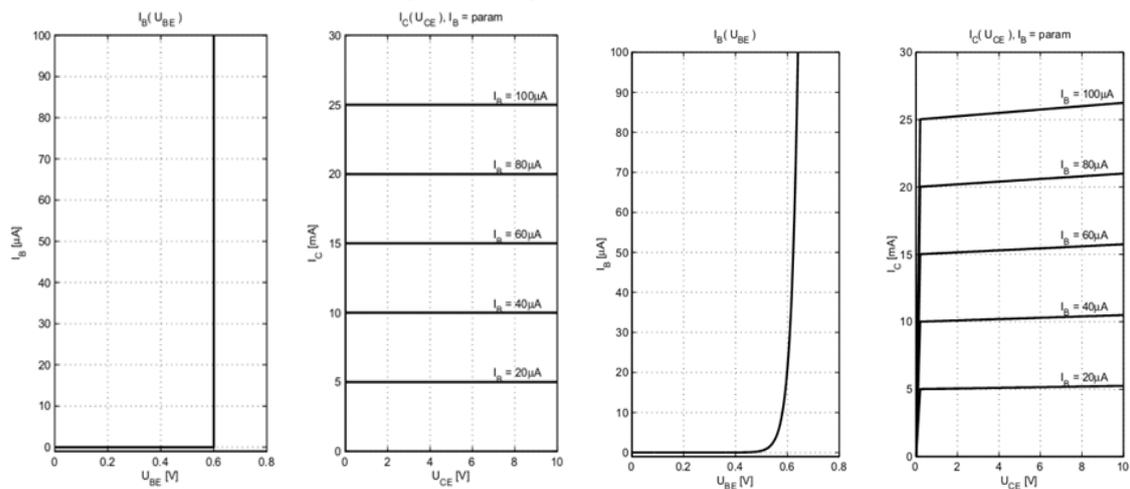
Où  $V_A$  : tension de Early, sert à décrire la pente non nulle des caractéristiques de sortie du transistor, sa valeur est de l'ordre de 100V.

Considérons les équations ci-dessus on peut écrire:

$$I_E = I_B + I_C = (\beta + 1) I_B \quad (IV-9)$$

Comme le gain en courant est généralement supérieur à 100 ( $\beta \gg 1$ ), d'où :

$$\beta + 1 \approx \beta \Rightarrow I_E \approx I_C \quad (IV-10)$$



Caractéristiques d'un transistor bipolaire idéal

Caractéristique d'un transistor bipolaire réel

Figure. IV.6. Caractéristiques d'un transistor bipolaire (idéal et réel). [7,8]

**IV.4. Régimes de fonctionnement d'un Transistor bipolaire :**

**IV.4.1. Régime de fonctionnement d'un Transistor bipolaire en statique :**

a) Régime de fonctionnement dans la zone de blocage :

**L'état bloqué:** Lorsque  $I_B$  est nul, la courant  $I_C$  est aussi nul : Le transistor est dit bloqué, il se comporte comme un interrupteur idéal.

$$\begin{cases} I_B = 0 \\ \Rightarrow I_C = 0 \text{ et } V_{CE} = V_{CC} \end{cases} \quad (IV-11)$$

**b) Régime de fonctionnement dans la zone de saturation :**

L'état saturé : A partir d'une certaine valeur de courant de base  $I_B$ , le courant  $I_C$  reste constant même si  $I_B$  continue à augmenter; le transistor est saturé, il se comporte comme interrupteur fermé :  $V_{CE} \neq 0V$

**c) Régime de fonctionnement dans la zone linéaire :**

Le transistor réalise une **amplification du courant d'entrée  $I_B$**  :

$$I_C = \beta I_B \quad (\text{IV-12})$$

Où  $\beta$  : l'amplification en courant du transistor (ou connu  $h_{21}$ )

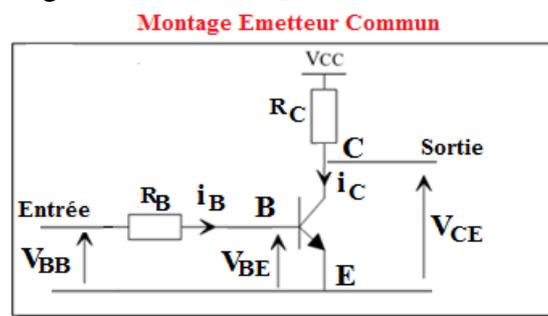
$$\beta_{min} < \beta < \beta_{max}$$

**Note Book** :  $\beta$  se situe dans une plage garantie par le constructeur ( $\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}$ ).

**Exemple d'application d'un régime de fonctionnement en statique :**

Soit le transistor NPN monté en émetteur commun c'est-à-dire la patte commune est l'émetteur du transistor PNP. L'entrée du montage est la base et sa sortie est le collecteur.

Dans ce montage, la base est polarisée par la résistance désignée  $R_B$ . Le potentiel de la base est d'environ 0,7 V, car l'émetteur est à la masse et la jonction base-émetteur équivaut à une diode passante. Le collecteur est polarisé par la résistance désignée  $R_C$ , de telle manière que la tension du collecteur soit supérieure à la tension de la base ( $V_{CE} > V_{BE}$ ): la jonction base-collecteur est alors polarisée en inverse. L'entrée est caractérisée par les deux grandeurs :  $I_B$  et  $V_{BE}$ , et la sortie par les grandeurs  $I_C$  et  $V_{CE}$ , soit donc 4 variables.



**Figure. IV.7-a.** Montage émetteur commun. [7,8]

Le circuit d'entrée donne :

$$V_{BB} = V_{BE} + R_B I_B \quad (\text{IV-13})$$

**La droite d'attaque:**  $\Rightarrow I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B} \quad (\text{IV-14})$

Le circuit de sortie :

$$V_{CC} = V_{CE} + R_C I_C \quad (\text{IV-15})$$

**la droite de charge:**  $\Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} \quad (\text{IV-16})$

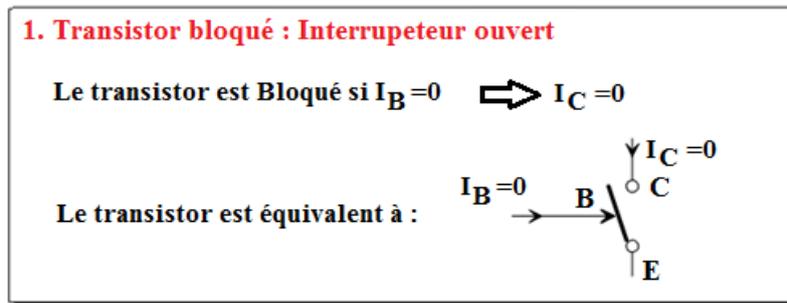
Le point de fonctionnement en régime statique du transistor bipolaire est obtenue soit par :

- l'intersection de la droite d'attaque avec la caractéristique d'entrée  $I_B = f(V_{BE})$ .
- Ou l'intersection de la droite de charge avec la caractéristique de sortie  $I_C = f(V_{CE})$ .

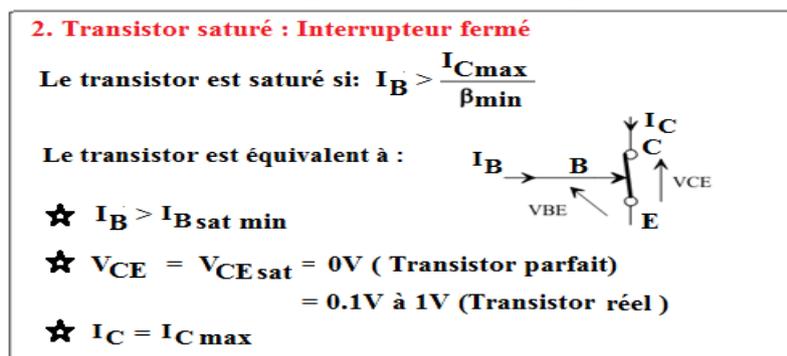
**d) Régime de fonctionnement en commutation:**

Le transistor remplit outre, une autre fonction essentielle en électronique : **la commutation**. Selon qu'il est bloqué ou passant, on peut alors l'assimiler à un interrupteur ouvert ou fermé. La commande de cet interrupteur se fait par l'intermédiaire de signaux électriques.

Le transistor se comporte comme un interrupteur entre **le collecteur (C)** et **l'émetteur (E)** commandé par la **base (B)**.



**Figure. IV.8-a.** Régime de fonctionnement en commutation :  
 État de blocage d'un Transistor bipolaire.



**Figure. IV.8-b.** Régime de fonctionnement en commutation :  
 État de blocage d'un Transistor bipolaire.

**Remarques :**

- La valeur minimale de  $I_{Bsat\ min}$  garantit la saturation du transistor bipolaire;
- Pour obtenir une meilleure saturation du Transistor ( $V_{CEsat} \approx 0V$ ),  $I_B$  doit être :  
 $I_B = k \cdot I_{Bsat\ min}$  avec  $k$  : coefficient de saturation ( $2 < k < 5$ ).

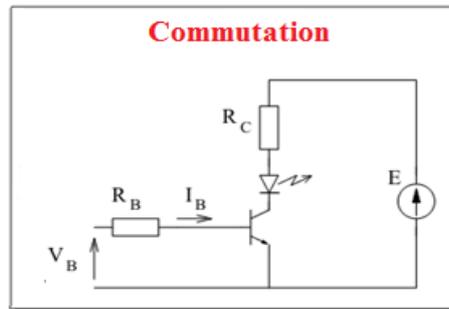
Le constructeur donne les valeurs limites du composant :

- $V_{CEmax}$  : tension au-delà de laquelle le transistor risque d'être détruit (**Phénomène d'avalanche**),
- Le courant  $I_{Cmax}$  ;
- La puissance maximale  $P_{Max}$  que peut dissipé la composant :  
 $P_{max} = V_{CE} I_C + V_{BE} I_B \neq V_{CE} I_C$
- Le courant  $I_{Bmax}$  ;

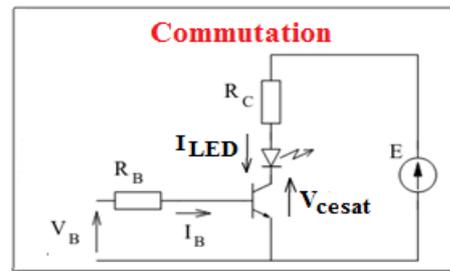
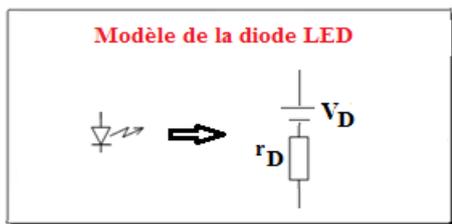
**Exemple d'application1 : Allumage d'une LED**

On souhaite commander l'allumage d'une LED à partir d'un signal  $V_B$  pour deux valeurs 0 et 5V.  $E=12V$ ,  $\beta=200$ ,  $V_{BE}=0.6V$ ,  $V_{CEsat}=0.4V$ . La LED est modélisée par  $V_D=1.6V$  et  $r_D=10\Omega$ .

- 1) Calculer  $R_C$  lorsque  $I_{LED}=20mA$  quand le transistor saturé.
- 2) Calculer  $R_B$  pour saturer le transistor lorsque  $V_B=5V$  et  $I_C/I_B=\beta/2$ .



**Solution :**



Le circuit de sortie :

$$E = V_{CE} + V_D + (R_C + r_D)I_C \text{ avec } I_C = I_{LED} = 20mA$$

$$\Rightarrow R_C = \frac{E - V_{CE} - V_D - r_D I_{LED}}{I_{LED}} = 490\Omega$$

Le circuit d'entrée donne :

$$V_B = V_{BE} + R_B I_B \text{ avec } \frac{I_C}{I_B} = \frac{\beta}{2} \Rightarrow I_B = \frac{2I_C}{\beta} = 0.2mA$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{V_B - V_{BE}}{I_B} = \frac{5 - 0.6V}{0.2mA} = 22k\Omega$$

**IV.4.2. Régime de fonctionnement en régime dynamique :**

L'utilisation du transistor bipolaire en alternatif suppose un courant continu constant dit « de repos » superposé au courant alternatif. Par le jeu du principe de superposition on peut séparer complètement.

- Le fonctionnement en continu (polarisation du transistor)
- Le fonctionnement en alternatif.

En régime dynamique (signaux de faible amplitude autour d'un point de fonctionnement fixe appelé point de repos), on peut décrire le comportement d'un transistor à l'aide des paramètres d'un quadripôle. On utilise de préférence les paramètres h (hybrides) et y (admittances).

a) **Paramètres hybrides:** (*hybride signifie: issu de 2 espèces différentes = mélange*).

Ces paramètres sont appelés hybrides car ils donnent  $u_1$  et  $i_2$  (une tension et un courant, l'un d'entrée l'autre de sortie) à partir du produit de la matrice des paramètres hybrides et du vecteur formé par  $i_1$  et  $u_2$  (les deux autres grandeurs: courant d'entrée et tension de sortie) (Voir Chapitre.II).

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = h_{11}i_1 + h_{12}V_2 \\ i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \quad \text{(IV-17)}$$

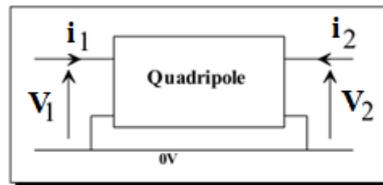


Figure. IV.9. Schéma illustrant un quadripôle.

$$\begin{cases} i_1 = i_b \text{ et } V_1 = V_{be} \\ i_2 = i_c \text{ et } V_2 = V_{ce} \end{cases} \quad \text{(IV-18)}$$

pour  $V_{ce} = 0$ ;  $h_{11}$ : impédance d'entrée du transistor :

$$h_{11} = \frac{V_{be}}{i_b} \quad \text{(IV-19)}$$

pour  $i_b = 0$ ;  $h_{12}$ : terme de réaction interne, sa valeur très faible (négligeable):

$$h_{12} = \frac{V_{be}}{V_{ce}} \quad \text{(IV-20)}$$

pour  $V_{ce} = 0$ ;  $h_{21} = \beta$  : gain en courant :

$$h_{21} = \frac{i_c}{i_b} \quad \text{(IV-21)}$$

pour  $i_b = 0$ ;  $1/h_{22}$  : impédance de sortie du transistor:

$$h_{22} = \frac{i_c}{V_{ce}} \quad \text{(IV-22)}$$

**Note Book** : Souvent en calculs on prend  $h_{12}=0$  et  $h_{22}=0$ .

b) **Paramètres admittances y:**

Ces paramètres sont appelés ainsi car ils donnent  $i_1$  et  $i_2$  à partir du produit de la matrice des paramètres admittance et du vecteur formé par  $V_1$  et  $V_2$ .

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ i_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \quad \text{(IV-23)}$$

**Attention** : les paramètres h et y dépendent du montage (émetteur commun ou base commune) :

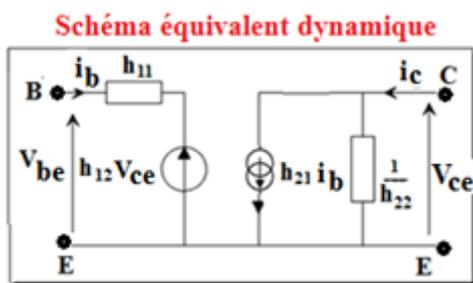
- Pour le montage Emetteur commun, l'entrée se fait sur la base ;
- pour le montage base commune, l'entrée se fait sur l'émetteur.
- On ajoute donc en indice sur les paramètres h ou y, la lettre E ou B pour indiquer le type de montage.

Le transistor monté en émetteur commun admet alors le schéma équivalent en dynamique (basse fréquence) représenté ci-contre avec les relations suivantes :

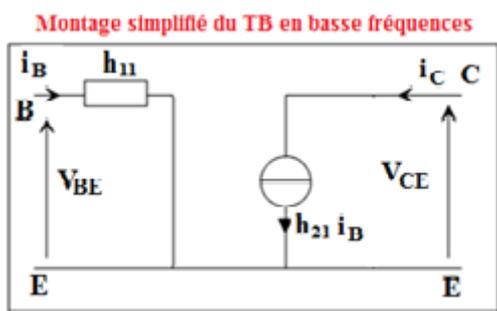
Chapitre IV : Transistors Bipolaires

$$\begin{cases} i_1 = i_b \text{ et } V_1 = V_{be} \\ i_2 = i_c \text{ et } V_2 = V_{ce} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{BE} = h_{11}i_b + h_{12}V_{ce} \\ i_c = h_{21}i_b + h_{22}V_{ce} \end{cases} \quad (\text{IV-24})$$

En première approximation on néglige souvent  $h_{12}V_{ce}$  devant  $h_{11}i_b$  et  $h_{22}V_{ce}$  devant  $h_{21}i_b$ . Donc le schéma équivalent du transistor correspond alors au schéma simplifié en basse fréquence représenté par ci-dessous :



**Figure. IV.10-a.** Schéma équivalent en dynamique d'un transistor bipolaire. [7,8]



**Figure. IV.10-b.** Schéma équivalent simplifié (basse fréquence) en dynamique d'un transistor bipolaire. [7,8]

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{be} = h_{11}i_b \\ i_c = h_{21}i_b \end{cases} \quad (\text{IV-25})$$

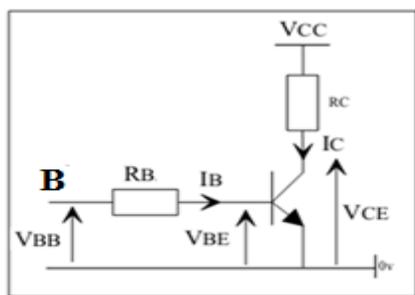
Le paramètre  $h_{11}$  dépend du courant de polarisation  $I_C$ .

$$h_{11} = \frac{h_{21}U_T}{I_C} \quad (\text{IV-26})$$

avec  $U_T = \frac{kT}{q} = 25mV$  à  $300^\circ K$  et  $I_C$ : courant de repos

### IV.5. Domaines de fonctionnement d'un Transistor Bipolaire :

Considérons le montage général ci-dessous présenté par la Figure.IV.11-a. :



**Figure. IV.11-a.** Montage d'un montage émetteur commun.

- Si  $I_C=0$ , le transistor est dit bloqué  $\Rightarrow (V_{CE}=V_{CC})$  ;
- Si  $V_{CE}=0$ , le transistor est dit saturé  $\Rightarrow (I_C \approx I_{Cmax})$  ;
- Si  $0 < I_C < I_{Cmax}$ , ou  $0 < V_{CE} < V_{CC}$ , le transistor est dit actif ;

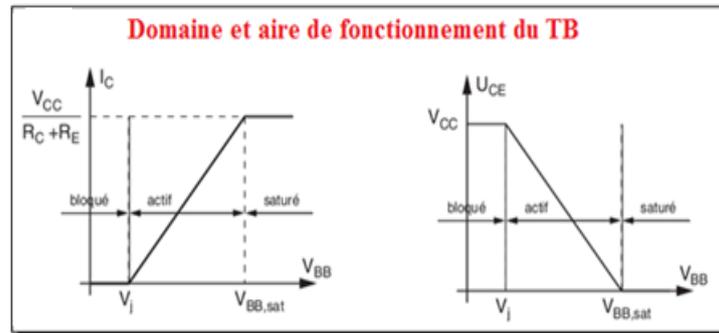


Figure. IV.11-b. Domaine et aire de fonctionnement d'un transistor bipolaire. [7,8]

#### IV.6. Polarisation du Transistor bipolaire :

Le bon fonctionnement d'un transistor requiert:

- une alimentation continue  $V_{CC}$ , qui fournit les tensions de polarisation et l'énergie que le montage sera susceptible de fournir en sortie;
- des résistances de polarisation : en effet, le transistor ne laisse passer le courant que dans un seul sens, comme une diode: il va donc falloir le polariser, à l'aide de résistances,
- La polarisation a pour rôle de placer le point de fonctionnement du transistor dans la zone linéaire de ses caractéristiques. Le point de fonctionnement est fixé par les valeurs de  $I_B$  et  $V_{BE}$  (caractéristiques d'entrée) et les valeurs de  $I_C$  et  $V_{CE}$  (caractéristiques de sortie). La polarisation du transistor bipolaire est bien analysée en TD: série4)

##### IV.6.1. Polarisation par résistance de base :

Ce type de polarisation utilise la valeur de la résistance de base  $R_B$ , pour assurer la fixation du courant de base, c'est-à-dire fixer le point de fonctionnement du transistor bipolaire.

**Exemple 1 :** Soit le montage ci-dessous

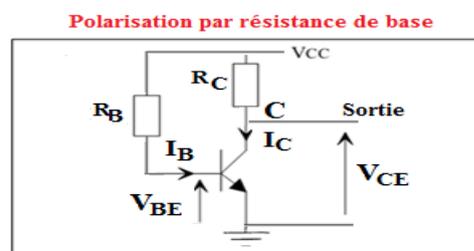


Figure. IV.12-a. Circuit illustrant la polarisation par  $R_B$  d'un transistor bipolaire.

Le circuit d'entrée donne :

$$V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} \text{ avec } V_{BE} \approx 0.7V$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{(V_{CC} - V_{BE})}{R_B} \approx \frac{V_{CC}}{R_B}$$

Le circuit de sortie donne :

$$V_{CC} = R_C * I_C + V_{CE} \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C \text{ avec } I_C = \beta I_B$$

**NB** : Ce montage est sensible à la dérive thermique.

**IV.6.2. Polarisation par résistance d'Emetteur:**

L'objectif de la polarisation par résistance émetteur est que le choix judicieux de la valeur de  $R_E$  permet de compenser les variations de  $\beta$ . Si  $\beta$  croit  $\Rightarrow I_C$  et  $I_E$  augmentent.

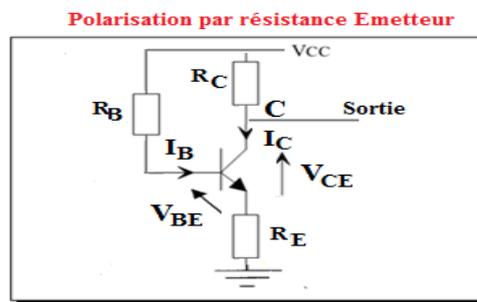
Si  $\beta \nearrow$  alors  $I_C$  et  $I_E \nearrow$  donc  $V_E = R_E I_E \nearrow$

et sachant que le courant  $I_B$  est inversement proportionnel à  $R_E$  :

$I_B \searrow$  et donc  $I_C \searrow$

$R_E$  : permet aussi de jouer le rôle d'une contre réaction (Chapitre III : EF2)

**Exemple 1** : Soit le montage ci-dessous



**Figure. IV.12-b.** Circuit illustrant la polarisation par résistance émetteur d'un transistor bipolaire.

Le circuit d'entrée donne :

$$V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \quad (1) \text{ avec } V_{BE} \approx 0.7V$$

$$\text{avec } I_E = I_C + I_B = (\beta + 1)I_B \quad (2)$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{(V_{CC} - V_{BE})}{R_B + (\beta + 1)R_E}$$

On peut conclure que :

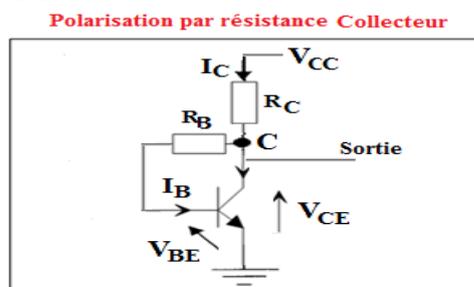
Si  $\beta \nearrow$  alors  $I_C$  et  $I_E \nearrow$  donc  $V_E = R_E I_E \nearrow$

d'après (3)  $\Rightarrow I_B \searrow$  et donc  $I_C \searrow$

**IV.6.3. Polarisation par résistance de collecteur:**

L'objectif de la polarisation par résistance collecteur est que le choix judicieux de la valeur de  $R_C$  permet la contrebalance de l'accroissement du gain.

**Exemple 1** : Soit le montage ci-dessous



**Figure. IV.12-c.** Circuit illustrant la polarisation par résistance collecteur d'un transistor bipolaire.

Le circuit de sortie donne :

$$V_{CC} = R_C * I_C + V_{CE} \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C \text{ et } V_{CE} = R_B I_B$$

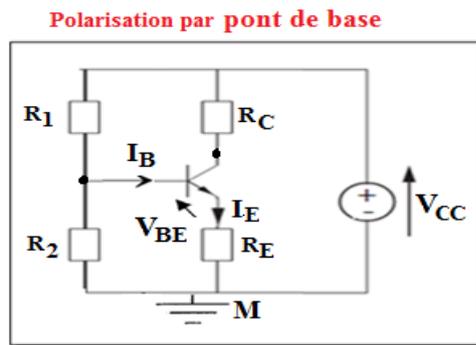
Si  $\beta \nearrow$  alors  $I_C \nearrow$  donc  $V_{CE} \searrow$  donc et  $V_{RB} \searrow$

donc  $I_B \searrow$  et contrebalance l'accroissement du gain

**IV.6.4. Polarisation par pont de base et résistance d'émetteur:**

L'objectif de la polarisation par pont de base est de rendre le courant  $I_C$  indépendant des variations du gain.

**Exemple 1 :** Soit le montage ci-dessous :



**Figure. IV.12-d.** Circuit illustrant la polarisation par pont de base d'un transistor bipolaire.

$$V_{BM} = V_{BE} + R_E I_E \quad (1) \text{ avec } V_{BE} \approx 0.7V$$

$$\Rightarrow I_E = \frac{(V_{EM})}{R_E} = \frac{(V_{BM} - V_{BE})}{R_E}$$

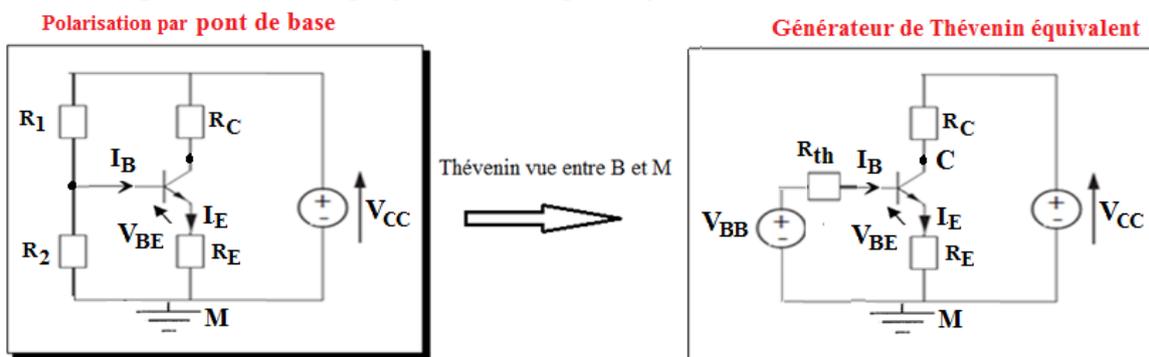
comme  $I_E = I_B + I_C$  et  $I_B \ll I_C \Rightarrow I_E \approx I_C$

On en déduit que le courant  $I_C$  est indépendant du gain  $\beta$ .

Le circuit de sortie donne :

$$V_{CC} = R_C * I_C + V_{CE} + R_E * I_E \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) I_C$$

Le schéma équivalent en remplaçant  $R_1$  et  $R_2$  par le générateur de Thévenin :



**Figure. IV.12-e.** Circuit simplifiée du montage de la polarisation par pont de base d'un transistor bipolaire.

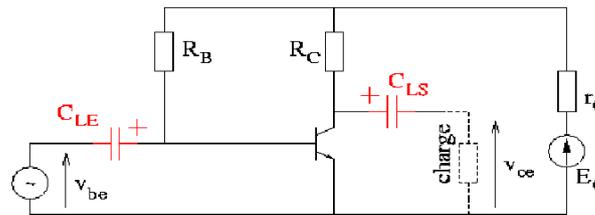
$$\Rightarrow V_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} \text{ et } R_{th} = R_B = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Donc } V_{BM} = V_{BB} - R_{th} I_B$$

### IV.7. Trois montages fondamentaux :

En dynamique, on utilise souvent  $C_s$  et  $C_e$  qui sont des condensateurs de liaison. Leurs rôles est de permettre le passage des signaux d'entrée et de sortie sans que les tensions continues présentes dans la base et le collecteur du transistor influent sur le fonctionnement du générateur ou l'étage suivant.

La capacité  $C_d$  est un condensateur de **découplage**. Elle est placée en parallèle avec la résistance  $R_E$  de forte valeur et qui se comporte comme un **court-circuit** en alternatif et comme une impédance infinie en continue car la résistance  $R_E$  est nécessaire pour polariser le transistor mais sa présence diminue beaucoup le gain en régime variable.



$$Z_c = \frac{1}{jC\omega} \quad \text{pour } \omega=0, Z_c \rightarrow \infty, \text{ circuit ouvert}$$

$$Z_c = \frac{1}{jC\omega} \quad \text{pour } \omega \neq 0, Z_c \approx 0 \text{ si } C \text{ est grand, court circuit}$$

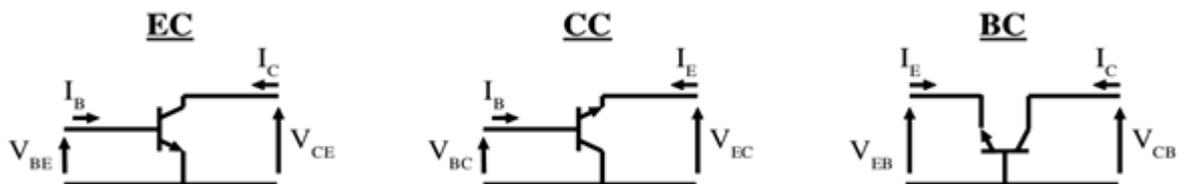
$C_{LE}, C_{LS}$  : condensateurs de liaison.

**Figure. IV.13.** Circuit illustrant l'effet des capacités de couplage et de liaison Sur le fonctionnement d'un transistor bipolaire.

Le tableau suivant résume les trois montages fondamentaux des transistors bipolaires :

**Tableau. IV-1 : Montages fondamentaux des transistors bipolaires [7,8]**

Montage	Entrée	Sortie
Emetteur Commun	Base (B)	Collecteur (C)
Collecteur Commun	Base (B)	Emetteur (E)
Base commune	Emetteur (E)	Collecteur (C)



**Figure. IV.14.** Schéma illustrant les trois montages fondamentaux d'un transistor bipolaire.

#### IV.7.1. Montage Collecteur Commun non découplé:

**Exemple d'application :** Le schéma ci-contre représente un **amplificateur collecteur commun à résistance collecteur non découplé**.  $V_{BE0}=0.7V$ ,  $h_{21}=\beta \gg 1$ ,  $h_{11} \neq 0$ ,  $h_{12}=0$ ,  $h_{22}=0$ .

1. Tracer la droite de charge statique.
2. Donner le point de repos de ce montage (choisir le point de repos au milieu de la droite de charge statique?)

3. Tracer la droite de charge dynamique.
4. Donner le schéma équivalent en dynamique de cet amplificateur.
5. Déterminer le gain en tension à vide et en charge ?
6. Calculer la résistance d'entrée et la résistance de sortie?

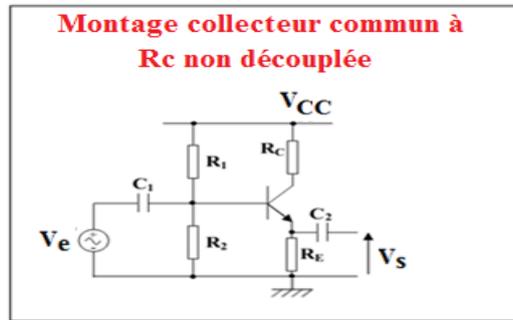


Figure. IV.16 : Montage Collecteur commun d'un transistor bipolaire.

**Solution :**

**1) Droite de charge statique :  $I_C = f(V_{CE})$**

En statique : tension d'entrée  $V_e = 0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts.

**1.1. Schéma équivalent en statique :**

Droite de charge statique :  $V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C - R_E I_E = 0 \dots \dots (1)$

$\beta = 100 \gg 1 \Rightarrow I_E \approx I_C$

$\Rightarrow I_C = -\frac{1}{R_C + R_E} V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$

**2. Point de repos :**

Le point de repos doit être choisi dans la zone d'amplification du transistor. Généralement on le positionne au milieu de la droite de charge statique :

$$\begin{cases} V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \\ I_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \end{cases}$$

**3. Droite de charge dynamique :  $i_c = f(V_{ce})$**

En dynamique : tension  $V_{cc} = 0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs fermés (état court-circuit).

$V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C - R_E i_e = 0 \dots \dots (1)$

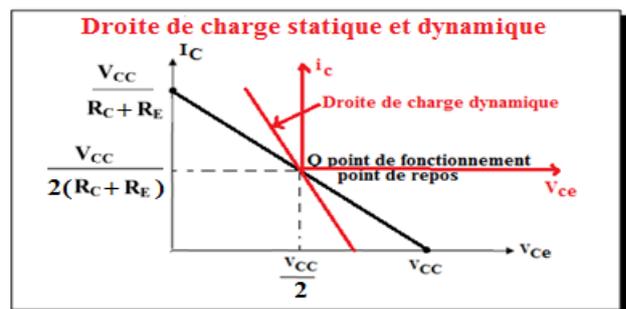
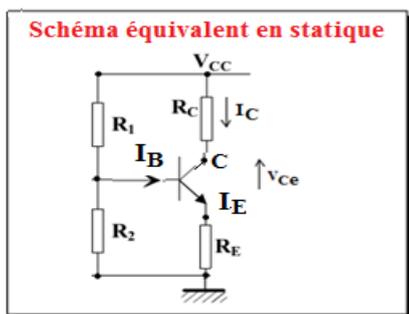


Figure. IV.17-a : Montage équivalent en statique avec présentation des droites de charge statique et dynamique d'un montage Collecteur commun.

4. Schéma équivalent en dynamique :

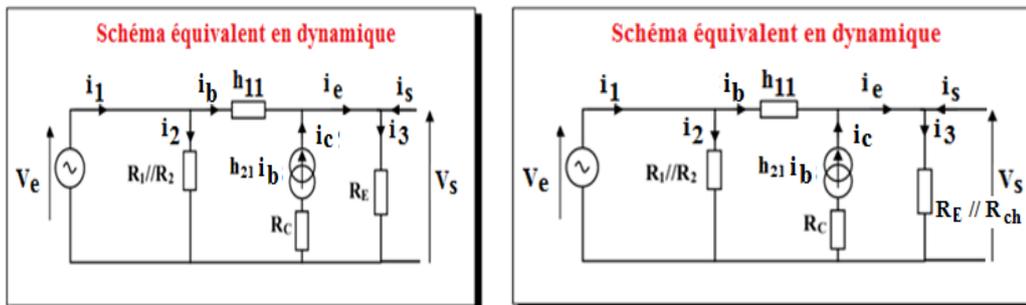


Figure. IV.17-b : Schéma équivalent en dynamique petit-signal d'un montage Collecteur commun.(Rch branchée et non branchée)

5.1. Gain en tension à vide :

$$A_v = \frac{V_S}{V_e} \text{ pour } i_s=0$$

$$V_e - h_{11}i_b - V_S = 0 \dots \dots (1)$$

$$V_S = R_E i_e \approx R_E i_c = h_{21}R_E i_b \dots \dots (2)$$

$$(2) \Rightarrow i_b = \frac{V_S}{h_{21}R_E} \dots \dots \dots (3)$$

(3) dans (1):  $\Rightarrow V_e - h_{11} \frac{V_S}{h_{21}R_E} - V_S = 0$

$$\Rightarrow A_v = \frac{V_S}{V_e} \Rightarrow A_v = \frac{1}{1 + \frac{h_{11}}{h_{21}R_E}} = \frac{h_{21}R_E}{h_{11} + h_{21}R_E} = \frac{\beta R_E}{h_{11} + \beta R_E}$$

5.2. Gain en tension en charge :

$$A_v = \frac{V_S}{V_e}$$

$$V_e - h_{11}i_b - V_S = 0 \dots \dots (1)$$

$$V_S = (R_E // R_{ch})i_e \Rightarrow V_S = (R_E // R_{ch})(\beta + 1)i_b \dots \dots (2)$$

$$\Rightarrow i_b = \frac{V_S}{(R_E // R_{ch})(\beta + 1)} \dots \dots \dots (3)$$

(3) dans (1):  $V_e - h_{11} \frac{V_S}{(R_E // R_{ch})(\beta + 1)} - V_S = 0$

$$\Rightarrow A_v = \frac{V_S}{V_e} \Rightarrow A_v = \frac{1}{1 + \frac{h_{11}}{\left(\frac{R_E - R_{ch}}{R_E - R_{ch}}\right)(\beta + 1)}} < 1$$

6.1. Résistance d'entrée :

$$R_e = \left. \frac{V_e}{i_1} \right|_{\text{pour } i_s = 0}$$

Chapitre IV : Transistors Bipolaires

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_b & (1) \\ i_2 = \frac{V_e}{R_{b1} // R_{b2}} \dots \dots \dots & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{V_e}{R_{b1} // R_{b2}} + i_b \quad (3)$$

on a :  $V_e - h_{11}i_b - R_E i_e = 0$ ; et  $h_{21} = \beta \gg 1 \Rightarrow i_e = \beta i_b$

Alors  $V_e - [h_{11} + \beta R_E]i_b = 0 \Rightarrow i_b = \frac{V_e}{h_{11} + \beta R_E} \dots \dots \dots (4)$

(4) dans (3)  $\Rightarrow i_1 = \frac{V_e}{R_{b1} // R_{b2}} + \frac{V_e}{h_{11} + \beta R_E}$   
 $R_e = \frac{V_e}{i_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_{b1} // R_{b2}} + \frac{1}{h_{11} + \beta R_E}}$

**6.2. Résistance de sortie :**

$R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{V_e = 0}$  **R<sub>S</sub>** : résistance de Thévenin vue par la charge **R<sub>ch</sub>**

$$i_s = i_3 - i_e = \frac{V_s}{R_E} - h_{21}i_b = \frac{V_s}{R_E} - \beta i_b \quad (5)$$

on a :  $V_s + h_{11}i_b - V_e = 0 \Rightarrow i_b = \frac{-V_s}{h_{11}} \dots \dots \dots (6) \text{ car } V_e = 0$

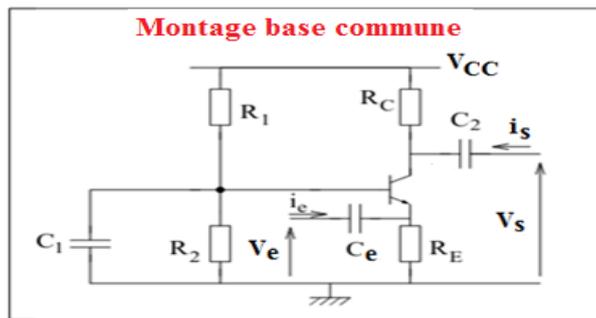
(6) dans (5)  $\Rightarrow i_s = \frac{V_s}{R_E} - \beta i_b = \frac{V_s}{R_E} - \beta \frac{-V_s}{h_{11}} = V_s \left( \frac{1}{R_E} + \frac{\beta}{h_{11}} \right)$

$$R_s = \frac{V_s}{i_s} = \frac{1}{\frac{1}{R_E} + \frac{\beta}{h_{11}}} = \frac{R_E h_{11}}{h_{11} + \beta R_E}$$

**IV.7.2. Montage Base Commune**

**Exemple d'application/** Le schéma ci-contre représente un **amplificateur base commune** avec  $V_{BE0}=0.7V$ ,  $h_{21}=\beta \gg 1$ ,  $h_{11} \neq 0$ ,  $h_{12}=0$ ,  $h_{22}=0$ .

1. Tracer la droite de charge statique.
2. Donner le point de repos de ce montage (choisir le point de repos au milieu de la droite de charge statique?)
3. Tracer la droite de charge dynamique.
4. Donner le schéma équivalent en dynamique de cet amplificateur.
5. Déterminer le gain en tension à vide et en charge ?
6. Calculer la résistance d'entrée et la résistance de sortie?



**Figure. IV.18-a : Montage Base commune.**

**Solution :**

**1) Droite de charge statique :  $I_C = f(V_{CE})$**

En statique : tension d'entrée  $V_e = 0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts.

**1.1. Schéma équivalent en statique :**

Droite de charge statique :  $V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C - R_E I_E = 0 \dots \dots (1)$

$\beta = 100 \gg 1 \Rightarrow I_E \approx I_C$

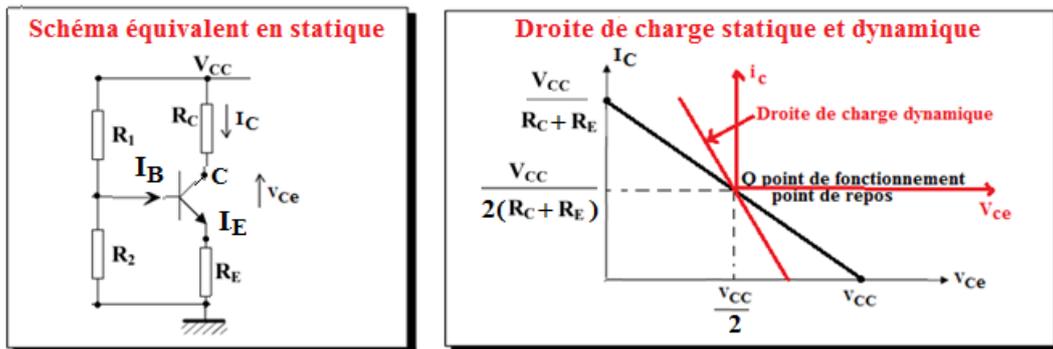
$$\Rightarrow I_C = -\frac{1}{R_C + R_E} V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$$

**2. Point de repos :**

Le point de repos doit être choisi dans la zone d'amplification du transistor. Généralement on le positionne au milieu de la droite de charge statique :

$$\begin{cases} V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \\ I_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \end{cases}$$

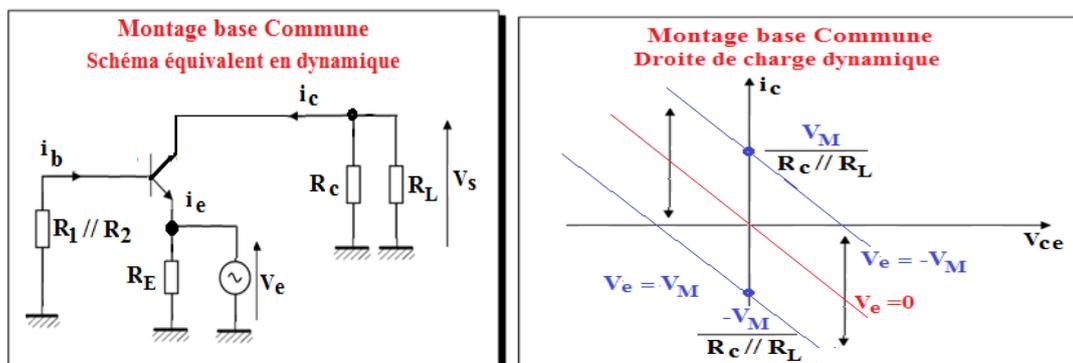
**Montage base Commune**



**Figure. IV.18-b :** Montage équivalent en statique avec présentation des droites de charge statique et dynamique d'un montage Base commune.

**3. Droite de charge dynamique :  $i_c = f(V_{ce})$**

En dynamique : tension  $V_{cc} = 0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs fermés (état court-circuit).



**Figure. IV.18-c :** Montage équivalent en dynamique avec présentation des droites de charge dynamique d'un montage Base commune.

$$V_e + V_{ce} + (R_c // R_L)i_c = 0$$

$$\Rightarrow i_c = -\frac{1}{(R_c // R_L)}V_{ce} - \frac{V_e}{(R_c // R_L)}$$

4. Schéma équivalent en dynamique :

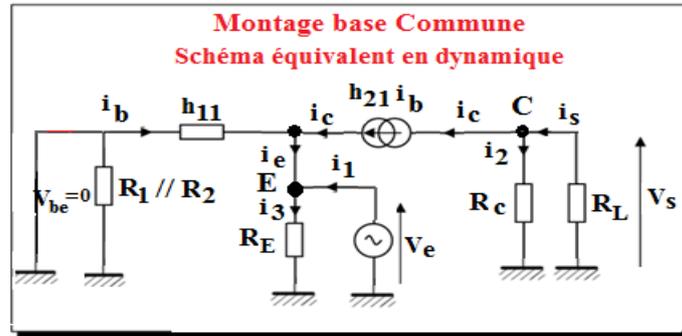


Figure. IV.18-d : Schéma équivalent en dynamique (petits signaux) d'un montage Base commune.

5. Gain en tension en charge :

$$A_v = \frac{V_s}{V_e}$$

$$V_e + h_{11}i_b = 0 \Rightarrow i_b = \frac{-V_e}{h_{11}} \dots \dots \dots (1)$$

$$V_s = -(R_c // R_L)i_c \Rightarrow V_s = -(R_c // R_L)\beta i_b \dots \dots \dots (2); \quad \text{car } \beta \gg 1$$

$$(1) \text{ dans } (2) \Rightarrow V_s = -(R_c // R_L)\beta \frac{-V_e}{h_{11}} = (R_c // R_L)\beta \frac{V_e}{h_{11}}$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{V_s}{V_e} \Rightarrow A_v = \frac{(R_c // R_L)\beta}{h_{11}}$$

6.1. Résistance d'entrée :

$$R_e = \left. \frac{V_e}{i_1} \right|_{\text{pour } i_s = 0}$$

$$V_e = R_E(i_1 + i_e) \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{De meme on } i_e = i_b + i_c = i_b + \beta i_b = (\beta + 1)i_b \dots \dots (2)$$

$$\text{on a : } V_e + h_{11}i_b = 0; \Rightarrow V_e + h_{11} \frac{i_e}{(\beta + 1)} = 0 \beta \gg 1 \Rightarrow i_e \approx i_c$$

$$\Rightarrow i_c = -(\beta + 1) \frac{V_e}{h_{11}} \dots \dots (3)$$

$$V_e = R_E \left( i_1 - (\beta + 1) \frac{V_e}{h_{11}} \right) = 0 \Rightarrow R_e = \frac{V_e}{i_1} = \frac{R_E}{1 + (\beta + 1) \frac{R_E}{h_{11}}}$$

6.2. Résistance de sortie :

$$R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{\text{pour } V_e = 0} \quad \mathbf{R_s} : \text{résistance de Thévenin vue par la charge } \mathbf{R_L}$$

$$V_s = R_c(i_s - i_c) \dots \dots \dots (1) \text{ la condition } V_e = 0$$

$$V_e + h_{11}i_b = 0; \Rightarrow i_b = 0 \Rightarrow i_c = 0 \dots \dots (2)$$

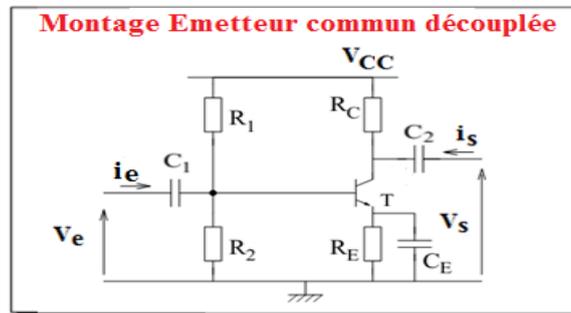
$$(2) \text{ dans } (1) \Rightarrow R_s = \frac{V_s}{i_s} = R_c$$

**IV.7.3. Montage Emetteur Commun découplé :**

**Exemple d'application :**

Le schéma ci-contre représente un amplificateur Emetteur commun découplé avec  $V_{BE0}=0.7V$ ,  $h_{21}=\beta \gg 1$ ,  $h_{11} \neq 0$ ,  $h_{12}=0$ ,  $h_{22}=0$ .

1. Tracer la droite de charge statique.
2. Donner le point de repos de ce montage (choisir le point de repos au milieu de la droite de charge statique?)
3. Donner le schéma équivalent en dynamique de cet amplificateur.
4. Tracer la droite de charge dynamique.
5. Déterminer le gain en tension à vide et en charge ?
6. Calculer la résistance d'entrée et la résistance de sortie?



**Figure. IV.19-a :** Montage Emetteur commun découplé.

**Solution :**

**1) Droite de charge statique :  $I_C = f(V_{CE})$**

En statique : tension d'entrée  $V_e=0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts.

**5.1. Schéma équivalent en statique :**

Droite de charge statique :  $V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C - R_E I_E = 0 \dots \dots (1)$

$$\beta = 100 \gg 1 \Rightarrow I_E \approx I_C$$

$$\Rightarrow I_C = -\frac{1}{R_C + R_E} V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$$

**2. Point de repos :**

Le point de repos doit être choisi dans la zone d'amplification du transistor. Généralement on le positionne au milieu de la droite de charge statique :

$$\begin{cases} V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \\ I_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \end{cases}$$

**Montage Emetteur commun découplée**

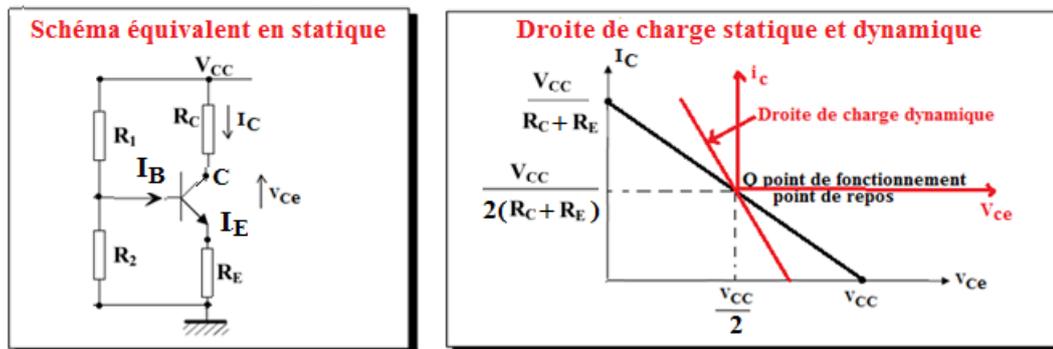


Figure. IV.19-b : Montage équivalent en statique avec présentation des droites de charge statique et dynamique d'un montage Emetteur commun.

**3. Droite de charge dynamique :  $i_c=f(V_{ce})$**

En dynamique : tension  $V_{cc}=0V$  et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs fermés (état court-circuit).

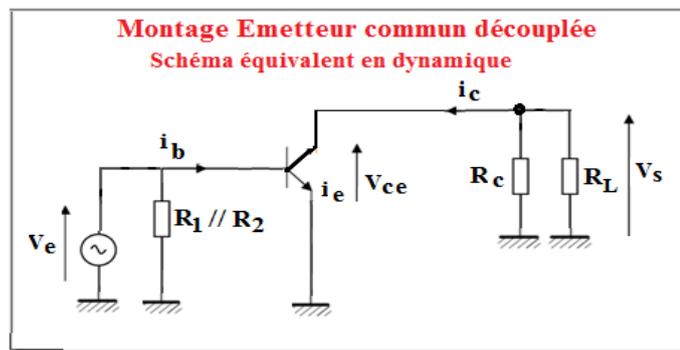


Figure. IV.19-c : Montage équivalent en dynamique d'un montage Emetteur commun.

$$V_{ce} + (R_c // R_L)i_c = 0$$

$$\Rightarrow i_c = -\frac{1}{(R_c // R_L)} V_{ce}$$

**4. Schéma équivalent en dynamique :**

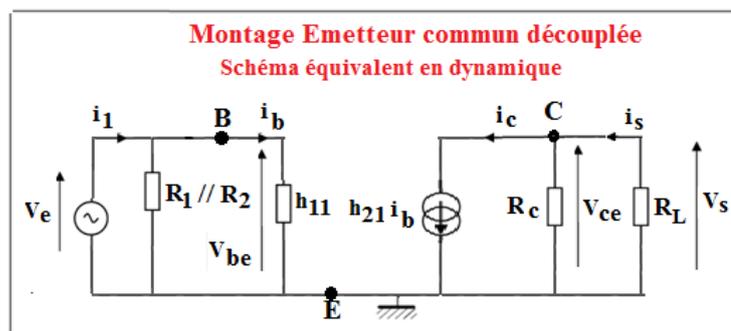


Figure. IV.19-d : Schéma équivalent en dynamique (petits signaux) d'un montage Emetteur commun.

Le gain en tension à vide se calcule lorsque la charge  $R_L$  est déconnectée en sortie ( $R_L \rightarrow \infty$ )

**5.1. Gain en tension en charge :**

$$A_v = \frac{V_S}{V_e} \text{ pour } i_s=0$$

$$V_e = h_{11} i_b \quad (1)$$

$$V_S = -(R_c // R_L) i_c \Rightarrow V_S = -(R_c // R_L) \beta i_b \dots (2); \quad \text{car } \beta \gg 1$$

$$(2) / (1) \Rightarrow A_v = \frac{V_S}{V_e} \Rightarrow A_v = - \frac{(R_c // R_L) \beta}{h_{11}}$$

**5.2. Gain en tension à vide :**

$$\Rightarrow A_v = \frac{V_S}{V_e} \Rightarrow A_v = - \frac{R_c \beta}{h_{11}}$$

**6.1. Résistance d'entrée :**

$$R_e = \left. \frac{V_e}{i_1} \right|_{\text{pour } i_s = 0 \text{ (charge débranchée)}}$$

$$\text{on a : } V_e = (h_{11} // R_{b1} // R_{b2}) i_1;$$

$$V_e = R_E \left( i_1 - (\beta + 1) \frac{V_e}{h_{11}} \right) = 0$$

$$R_e = \frac{V_e}{i_1} = (h_{11} // R_{b1} // R_{b2})$$

**6.2. Résistance de sortie :**

$$R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{\text{pour } V_e = 0} \quad \mathbf{R_s} : \text{résistance de Thévenin vue par la charge } \mathbf{R_L}$$

$$V_S = R_c (i_s - i_c) \dots \dots \dots (1) \quad \text{la condition } V_e = 0$$

$$V_e + h_{11} i_b = 0; \Rightarrow i_b = 0 \Rightarrow i_c = 0 \dots (2)$$

$$(2) \text{ dans } (1) \Rightarrow R_s = \frac{V_S}{i_s} = R_c$$

**IV.7.4. Propriétés des montages fondamentaux :**

Le tableau suivant résume les propriétés des montages fondamentaux des transistors bipolaires :

**Tableau. IV-2 : Propriétés fondamentaux des transistors bipolaires [7,8]**

	<i>Emetteur commun</i>	<i>Collecteur commun</i>	<i>Base commune</i>
$Z_e$	<i>Moyenne (1KΩ)</i>	<i>Forte (100KΩ)</i>	<i>Faible (20Ω)</i>
$Z_S$	<i>Moyenne (50KΩ)</i>	<i>Faible (100Ω)</i>	<i>Très forte (1MΩ)</i>
$A_V$	<i>Négatif fort (-100)</i>	<i>Positif (1)</i>	<i>Positif fort (100)</i>
$A_i$	<i>Positif fort (50)</i>	<i>Négatif fort (-50)</i>	<i>Négatif faible</i>

**IV.7.5. Application des montages fondamentaux :**

- **Montage Emetteur commun** : c'est un montage amplificateur (tension-courant) ;
- **Montage Collecteur commun** : c'est un montage adaptateur d'impédance ( $Z_e$  forte et  $Z_S$  faible. Généralement utilisé comme étage de séparation entre deux étages dont les impédances sont inadaptées :  $Z_{s1} \gg Z_{e2}$  ;
- **Montage Base commune** : utilisable comme montage amplificateur de tension à forte impédance de sortie (qualités recherchés en HF)

## IV.8. Conclusion et synthèse globale :

La mise en œuvre d'un transistor requiert des résistances de polarisation.

Le calcul des résistances  $R_B$  et  $R_C$ , nécessite alors les valeurs de  $I_C$  et de  $V_{CE}$ , pour cela :

- On fixe un courant collecteur de repos  $I_C$  (courant de polarisation). Ce courant variera entre une dizaine de  $\mu A$  (applications très faible bruit) et une dizaine de mA (meilleures performances en haute fréquence).
- On fixe ensuite une tension de collecteur  $V_{CE}$  généralement égale à  $V_{CC}/2$ , de sorte que la tension du collecteur puisse varier autant vers le haut que vers le bas lorsqu'on appliquera un signal alternatif.
- La valeur de la résistance de collecteur  $R_C$ , qui assure la polarisation de la jonction base-collecteur, est déterminée par la relation :

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C}$$

- La valeur de la résistance de base  $R_B$ , qui a pour rôle de fixer le courant de base, se calcule par la relation suivante :

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_B} \text{ avec } I_B = \frac{I_C}{\beta} \text{ et } V_{BE} = 0.7V$$

- Ce qu'il faut en retenir du montage Emetteur Commun, c'est qu'il procure une très bonne **amplification**. Actuellement on utilise plus ce type de montage ; car il existe sous forme des circuits intégrés spécialisés.

*Bonne compréhension*

Série 04 : Transistors Bipolaires

Exercice01 :

Soit les circuits suivants : on donne  $V_{cc}=15V$ ,  $V_{BM}=10V$ ,  $R_C=1K\Omega$ ,  $R_E=100\Omega$ , et  $R_B=200K\Omega$ .

1. Calculer le courant  $I_C$  pour chaque circuit pour un gain  $\beta=100$ , puis pour un gain  $\beta=300$ .
2. Quel est le montage le moins sensible aux variations de  $\beta$ .

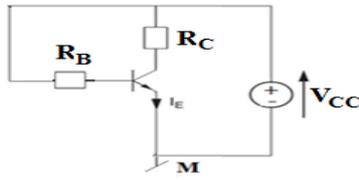


Fig.a

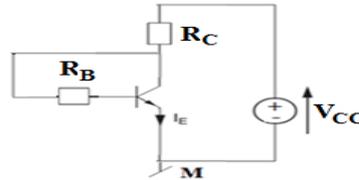


Fig.b

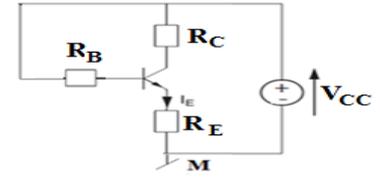
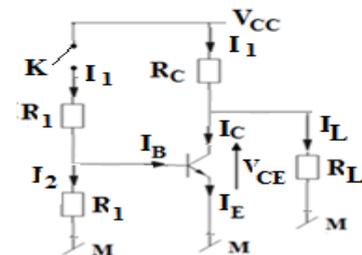


Fig.c

Exercice 02 :

Considérons le montage ci-contre.

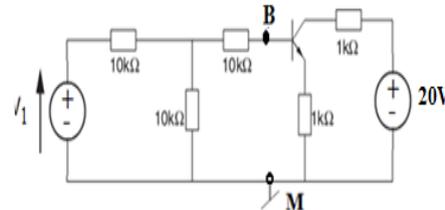
1. Calculer le courant de charge  $I_L$  en précisant dans chaque cas l'état de fonctionnement du transistor bipolaire
  - a) Interrupteur K fermé ;
  - b) Interrupteur K ouvert.



Exercice 03 :

Considérons le circuit ci-dessous.

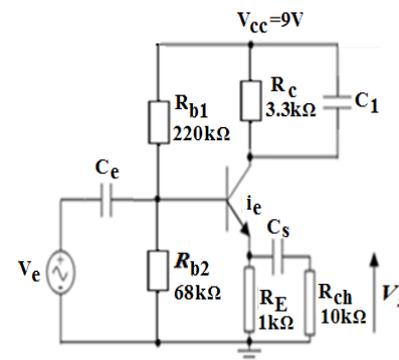
1. Calculer le générateur équivalent de Thévenin  $V_{AB}$  vue entre les points A et M lorsque  $V_1=6V$  et  $\beta=100$ .
2. Calculer les courants  $I_B$ ,  $I_C$ , et  $V_{CE}$ .



Exercice 04 (Rattrapage 2016/2017)

Soit le circuit **amplificateur** de la figure ci-contre. Le transistor est caractérisé en dynamique par les paramètres hybrides :  $h_{11}=1.5K\Omega$ ,  $h_{21}=\beta=50$ ,  $h_{12}=h_{22}=0$  et  $V_{BE0}=0.7V$ .

1. Déterminer et tracer la droite de charge statique **DCS**.
2. Déduire et calculer les coordonnées du point de fonctionnement ( $I_{c0}$ ,  $V_{ce0}$ ) au **milieu de la DCS**.
3. Déterminer son **schéma dynamique** en régime petits signaux et identifier son Montage type. Exprimer le rôle des condensateurs.
4. Calculer l'impédance d'entrée  $Z_e$ , et le gain en tension : en charge et à vide  $A_v=V_s/V_e$ .



**Exercice 05 (Homework):**

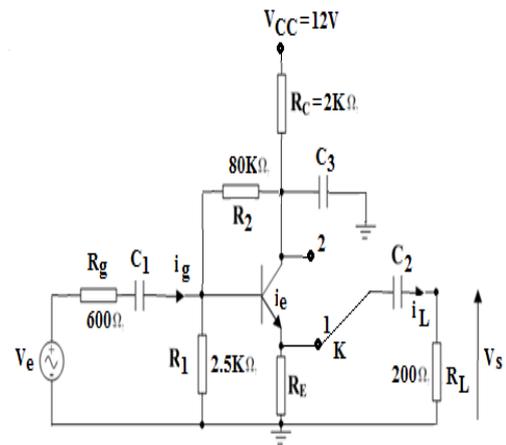
Soit le circuit **amplificateur** de la figure ci-contre.  
 Le transistor est caractérisé en dynamique par ses paramètres hybrides :  $h_{11}=600\Omega$ ,  $h_{21}=\beta=50$ ,  $h_{22}=0$ .

**A) L'interrupteur K à la position 1 :**

1. Établir le schéma dynamique de cet amplificateur et identifier le type de l'amplificateur (**EC, CC, ou BC**).
2. Déterminer l'impédance d'entrée, l'impédance de sortie, le gain en tension  $A_v=V_s/V_e$  et le gain en courant  $A_i=i_s/i_g$ .

**B) L'interrupteur K à la position 2 et on déconnecte la capacité  $C_3$  :**

1. Reprendre les questions A.1 et A.2.



**Bonne Compréhension**